Histoire de la cosmologie

Du développement de la Relativité Générale à la mission Planck
(en cours d'écriture)

Lucas Gautheron

13 avril 2018

Remerciements

— Richard Taillet, bien sûr, qui m'a encadré pendant plusieurs mois et qui a permis de lancer ce projet.
— William Vykintas Narmontas, pour ses précieux conseils lors de la réalisation technique du site.
— Martin White, qui a accepté de répondre à mes questions, malgré un calendrier chargé.
— Le LAPTh, le LAPP et le LPNHE pour leur accueil.

Avant-Propos

Pourquoi la cosmologie ?

D'abord, elle a la première qualité d'être une synthèse de toute la physique moderne. Donc, étudier la cosmologie et ses enjeux, cela implique d'aborder la relativité générale, la physique statistique et la thermodynamique, la théorie quantique des champs, le modèle standard, et même certaines de ses extensions. La cosmologie s'est toujours construite sur les dernières avancées dans tous ces domaines, et contribue même à leur développement.

Une autre excellente raison de s'intéresser à la cosmologie est justement son emploi pour sonder des domaines de la physique encore inexplorés. La physique contemporaine est aujourd'hui heurtée à un mur que constitue la limite en énergie de la plupart des expériences réalisables, qu'elles exploitent des collisions dans des accélérateurs de particules ou des sources astrophysiques. En revanche, l'Univers ayant atteint des températures extrêmes à ses débuts, on s'attend à ce que la cosmologie soit peut-être la plus capable d'apporter des informations nouvelles et précieuses sur de la nouvelle physique aux hautes énergies.

Par ailleurs, l'histoire de la cosmologie représente en elle-même un sujet passionnant. Il est d'abord fascinant de constater la façon dont notre vision de l'Univers a radicalement changé en un siècle, au fil de découvertes majeures, parfois accidentelles, parfois nécessitant des moyens fantastiques. C'est aussi un excellent sujet pour la sociologie des sciences, tant la nouveauté des idées physiques soulevées et leurs enjeux ont pu déstabiliser la communauté scientifique et engendrer parfois des débats d'ordre plutôt philosophiques. Aujourd'hui encore, cette science toujours jeune mais très prometteuse suscite parfois des controverses.

Enfin, l'histoire de la physique est une dimension de la discipline à part entière qui mérite d'être étudiée. Il est très enrichissant pour un étudiant voué à la recherche, de mieux approcher l'histoire de l'invention des théories physiques, de mieux comprendre leurs origines, et la longue lutte de l'esprit humain pour décrire l'Univers qui est le sien. Ceci n'est pas toujours facile à retrouver dans les livres qui fournissent plutôt une photographie des connaissances à un instant donné, en manquant parfois les errances de leur construction, qui font de la physique une aventure passionnante.

Table des matières

Chapitre 1

Chronologie

1931 • G. Lemaître suggère que l'expansion de l'Univers l'a amené d'une taille arbitrairement petite à sa taille actuelle en un temps fini, qu'il explique par la désintégration d'un état dense appelé "atome primitif" 19

1932 • Einstein et De Sitter proposent un modèle dynamique d'Univers 19

1946 • Gamow propose un mécanisme de formation des noyaux atomiques aux premiers stades d'un Univers en expansion 23

1948 • F. Hoyle propose un modèle stationnaire de l'Univers, en accord avec le principe cosmologique parfait, dans lequel une création continue de matière compense la diminution de densité due à l'expansion, en contradiction avec le modèle de Lemaître que Hoyle surnomme théorie du "Big Bang" 19

1948 • Ralph Alpher et Robert Herman suggèrent un rayonnement fossile émis au découplage de la lumière et de la matière dans le cadre du modèle du Big Bang 23

1952 • Walter Baade découvre un nouveau genre d'étoile Céphéide variable, impliquant une nouvelle valeur de la constante de Hubble. D'autres corrections apportées à la mesure de cette constante permettent de rendre l'estimation de l'âge de l'Univers davantage compatible avec celui des diffèrents objets célestes. 39

1957 • G. Burbidge, M. Burbidge, W. Fowler et F. Hoyle expliquent de façon très détaillée comment les noyaux de toutes masses peuvent être produits dans les étoiles 31

1963 • Maarten Schmidt découvre un nouveau type d'objet astronomique plus tard appelé "Quasar". Les observations montrent qu'on en trouve surtout à une distance importante, ce sont donc des objets anciens, en contradiction avec le principe cosmologique parfait, ce qui porte un coup au modèle stationnaire de l'Univers. 39

1964 • Découverte fond diffus cosmologique par Arno Penzias et Robert Wilson. 35

Chapitre 2

Développement de la relativité

- **1905** : Albert Einstein publie sa théorie de la Relativité Restreinte qui décrit l'électrodynamique classique
- **1915** : Albert Einstein finalise la théorie de la Relativité Générale, une théorie relativiste de la gravitation

A la fin du 19ème siècle, plusieurs questions restent ouvertes pour les physiciens. Parmi ces problèmes se pose celui de la conciliation des équations de Maxwell avec la transformation de Galilée. En effet, les équations de Maxwell suggèrent que la lumière se propage à une vitesse c constante. Or, selon la transformation de Galilée, la lumière ne peut se propager à c dans tous les référentiels galiléens. On suppose alors à l'époque qu'il existe un référentiel particulier dans lequel les équations de Maxwell sont vérifiées, celui de l'"éther", considéré comme le support des ondes électromagnétiques. Si tout cela est correct, on devrait pouvoir mesurer la vitesse de la Terre par rapport à l'hypothétique éther en observant les déviations du comportement de la lumière par rapport à celui attendu dans le référentiel de l'éther. De nombreuses expériences en ce sens ont été effectuées, la plus célèbre étant sans doute celle de Michelson-Morley (p. 160) , effectuée à l'aide d'un interféromètre. Toutes ces expériences eurent un résultat négatif : la lumière se comportait comme prédit par les équations de Maxwell, même sur Terre, où sa vitesse de propagation semble donc également valoir c.

En 1905, A. Einstein (p. 119) publie un article intitulé "Zur Elektrodynamik bewegter Körper" ("Sur l'électrodynamique des corps en mouvement") [1] dans lequel il propose une théorie fondée sur le postulat selon lequel la lu-

mière se propage à une même vitesse c dans tous les référentiels galiléens. En d'autres mots, Einstein étend le principe de relativité selon lequel les lois de la Physique doivent être les mêmes dans tout référentiel Galiléen à l'électromagnétisme et donc au comportement de la lumière. Il en déduit qu'il faut abandonner la transformation de galilée au profit de la transformation de Lorentz (p. 124) et parvient à expliquer les observations faites concernant la propagation de la lumière avec succès. Il montre également comment la mécanique classique en est changée.

> « 1. The laws by which the states of physical systems undergo change are not affected, whether these changes of state be referred to the one or the other of two systems of co-ordinates in uniform translatory motion. 2. Any ray of light moves in the "stationary" system of co-ordinates with the determined velocity c, whether the ray be emitted by a stationary or by a moving body. »

(Einstein, 1905)

Si la relativité restreinte décrit avec succès l'électrodynamique, elle souffre d'un inconvénient majeur : elle est incompatible avec la théorie de la gravitation de Newton (par exemple, l'action gravitationnelle d'une masse sur une autre est instantanée selon la vision Newtonienne alors que la relativité fait apparaitre une vitesse limite c pour les interactions). Pourtant, celle-ci parait tout à fait correcte puisqu'elle semble expliquer tous les phénomènes gravitationnels en accord avec l'expérience. Einstein élabore donc une théorie "relativiste" de la gravitation, appelée relativité générale, qu'il met au point jusqu'en 1915. Cette théorie repose sur le principe d'équivalence (p. 196) : un champ de gravitation est équivalent à l'accélération d'un référentiel non inertiel par rapport à un référentiel inertiel. D'après ce constat, tous les corps en chute libre dans un même état initial suivent une même trajectoire dans un champ de gravitation, ce qui suggère que cette trajectoire ayant une nature universelle est une propriété de l'espace-temps. Pour cela, avec l'aide de Marcel Grossmann, Einstein établit [2] d'abord vers 1913 une première tentative de description de la gravitation comme une déformation de l'espace-temps induite par la masse et l'énergie, et propose une relation de proportionnalité entre le tenseur énergie-impulsion (p. 121) (qui contient l'information sur la densité d'énergie et son transport) $T^{\mu\nu}$ et le tenseur de Ricci (p. 123) $R^{\mu\nu}$ (qui décrit la courbure de l'espace-temps) :

$$R^{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^2} T^{\mu\nu} \tag{2.1}$$

Cette première équation s'avère incorrecte (en particulier elle ne redonne pas le régime newtonien dans les situations où elle le devrait, c'est-à-dire petites vitesses et champs faible), et Einstein propose finalement en 1915 l'équation qui porte désormais son nom (équation d'Einstein) :

$$R^{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^2}\left(T^{\mu\nu} - \frac{1}{2}g^{\mu\nu}T\right) \tag{2.2}$$

Parallèlement, Hilbert propose une dérivation de cette équation à partir du principe de moindre action. La théorie de la Relativité Générale est née !

Cette nouvelle théorie appelle évidemment à être testée. Dès 1915, Einstein montre qu'elle permet d'expliquer l'écart entre l'avance du périhélie de Mercure observée et celle calculée. En effet, l'influence perturbative des autres planètes du système solaire et de la non perfection de la rotondicité du Soleil entrainent une précession du périhélie de Mercure de près de 5500 secondes d'arc par siècle. Cependant, il existe à l'époque un écart de 43 secondes d'arc par siècle entre la valeur prédite par les lois de Newton et la valeur observée. Grâce à sa théorie, Einstein prédit précisément un terme de précession supplémentaire égal à 43 secondes d'arc par siècle : c'est le premier succès de la Relativité Générale.

En 1919, Arthur Eddington (p. 120) profite d'une éclipse solaire pour tester une autre prédiction de la Relativité Générale. Celle-ci prévoit que la déviation d'origine gravitationnelle d'un rayon lumineux passant près d'une masse importante est le double de celle prédite par la mécanique newtonienne. Or, lors d'une éclipse solaire totale, il est possible d'observer des étoiles dont les photons qui nous en parviennent passent près du Soleil (et dont la lumière émise a donc été légèrement déviée). En comparant leur position apparente et celle attendue en l'absence de déflexion des rayons lumineux, on peut trancher entre les deux théories. Les résultats [3] indiquèrent que la prédiction correcte était donnée par la Relativité Générale, cependant leur significance fut remise en cause.

Chapitre 3

Découverte de l'éloignement des galaxies

- **1912** : Vesto M. Slipher mesure la vitesse de la galaxie d'Andromède par rapport à la Voie Lactée grâce au red-shift
- **1917** : V. Slipher montre que la plupart des galaxies s'éloignent de nous

En 1912, Vesto Slipher (p. 119) mesure la vitesse de la galaxie Andromède par rapport à nous. Pour cela, il utilise la spectroscopie : en étudiant le spectre d'Andromède, il observe que certaines raies d'émission associées à des atomes bien connus sont légèrement déplacées. C'est le cas par exemple de la raie $H\alpha$ qui correspond à une transition électronique particulière dans l'atome d'hydrogène, qui émet à une longueur d'onde de 656,3 nm mais qui est observée à une longeur d'onde légèrement inférieure (un décalage d'un millième en valeur relative !). V. Slipher (p. 119) pense que cet écart est dû à l' effet Doppler (p. 162) : une onde émise par une source en mouvement est perçue à une longueur d'onde différente de la longueur d'onde d'émission. Il connait aussi la relation entre la vitesse radiale d'éloignement de la source et la différence de longueur d'onde :

$$v_{radiale} = \frac{\lambda_{rec} - \lambda_0}{\lambda_0} c \tag{3.1}$$

Pour Andromède, il trouve une valeur d'environ -300 km/s ! Le signe moins indique qu'elle se rapproche de nous. Cette valeur est un peu surprenante :

elle est un ordre de grandeur supérieur à la vitesse typique des étoiles et des nébuleuses planétaires dont on avait mesuré les spectres. Cela a une conséquence importante, puisque cette vitesse exclut que les galaxies soient fortement liées gravitationnellement à la nôtre. On comprend alors à ce moment que cela favorise l'hypothèse selon laquelle ces objets sont relativement indépendants et de même nature que la Voie Lactée. Il n'était en effet pas exclu à l'époque que ces galaxies qu'on appelait alors "spirales nébuleuses" ne fassent partie de la Voie Lactée.

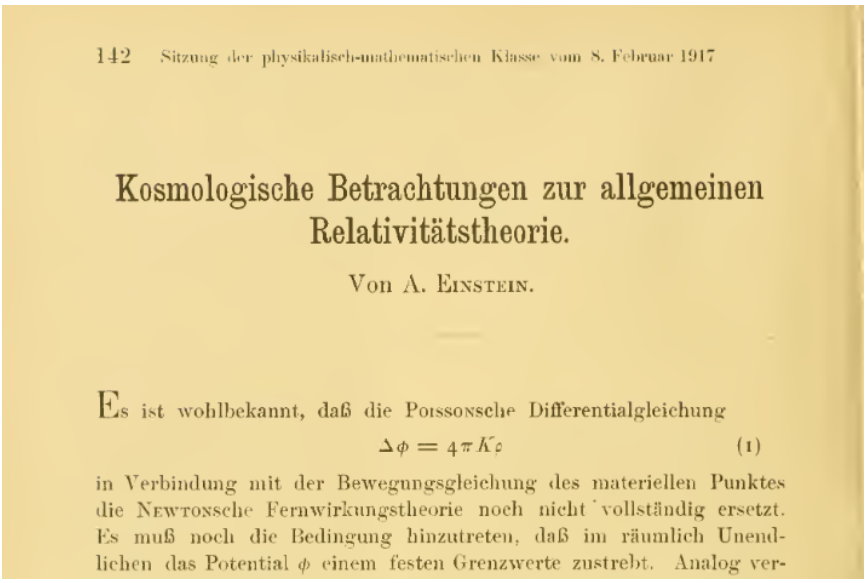
Slipher continue ses observations sur les galaxies. En 1917, il a observé le spectre de 25 d'entre elles. Le résultat est étonnant : seules 4 parmi les 25 se rapprochent de nous. Toutes les autres s'éloignent ! Puisque la plupart des galaxies s'éloignent, les raies lumineuses (donc entre le rouge et le bleu) qu'elles émettent sont décalées vers des longueurs d'ondes plus grandes c'est-à-dire vers le rouge : on parle de décalage vers le rouge ou encore de redshift. Slipher trouve des vitesses dépassant 1000 km/s : il est clair que ces "spirales nébuleuses" sont des objets indépendants de notre galaxie, la Voie Lactée.

Chapitre 4

Débuts de la Cosmologie relativiste

- **1917** : A. Einstein propose un modèle statique de l'Univers dans le cadre de la Relativité Générale
- **1922** : Alexandre Friedmann publie une théorie décrivant un Univers en expansion de courbure positive basé sur la Relativité Générale
- **1927** : Georges Lemaître publie un article dans lequel il décrit un Univers en expansion homogène isotrope de masse constante et prédit la future "Loi de Hubble" en expliquant la fuite des galaxies par cette expansion

Une première application de la théorie de la relativité à la cosmologie est due à Einstein lui-même, en 1917 [4]. Il suppose que l'Univers respecte le principe cosmologique (p. 137) , c'est-à-dire qu'il est homogène et isotrope. Il estime aussi que celui-ci doit être statique, et qu'il ne contient que de la matière non relativiste. Il réalise que pour concilier ces hypothèses, il faut introduire un nouveau terme dans l'équation d'Einstein : c'est ainsi qu'il ajoute à son modèle la constante cosmologique. Il trouve par ailleurs qu'un tel Univers doit avoir une courbure positive, c'est-à-dire une géométrie sphérique. Ce modèle, appelé Univers d'Einstein (p. 137) , présente quelques problèmes : d'abord, il est instable. D'autre part, la constante cosmologique (p. 152) , introduite comme paramètre, doit prendre une valeur très précise pour que l'Univers demeure statique.



142 Sitzung der physikalisch-mathematischen Klasse vom 8. Februar 1917

Kosmologische Betrachtungen zur allgemeinen Relativitätstheorie.

Von A. Einstein.

Es ist wohlbekannt, daß die Poissonsche Differentialgleichung

$$\Delta\phi = 4\pi K\varrho \qquad (1)$$

in Verbindung mit der Bewegungsgleichung des materiellen Punktes die Newtonsche Fernwirkungstheorie noch nicht vollständig ersetzt. Es muß noch die Bedingung hinzutreten, daß im räumlich Unendlichen das Potential ϕ einem festen Grenzwerte zustrebt. Analog ver-

Figure 4.1 – **L'article d'Einstein de Février 1917 sur les implications cosmologiques de la relativité générale.**. Dans cet article, Einstein commence par montrer comment les conditions aux limites qui avec l'équation de Poisson donnent la description Newtonienne de la gravité échouent à décrire un Univers infini, à moins d'introduire un terme de la forme $\lambda\phi$ dans $\Delta\phi = 4\pi G\rho$. Puis, il se place dans le cadre de sa théorie de la relativité générale, suppose un univers fermé, et en déduit sa géométrie sphérique. Il introduit également la constante cosmologique (p. 152) , qu'il note λ, afin d'assurer que cet univers demeure semi-statique, tout en soulignant l'analogie avec l'exemple newtonien.

A cette époque, Einstein correspond avec Willem de Sitter (p. 120) , un physicien néerlandais. Celui-ci propose une alternative à l' Univers d'Einstein (p. 137) en requérant une certaine symétrie entre toutes les coordonnées de l'espace-temps, y compris le temps. Il remarque qu'un tel Univers est une solution du vide - c'est-à-dire en l'absence de toute forme de matière ou d'énergie - des équations d'Einstein avec une constante cosmologique (p. 152) quelconque. Selon la valeur de cette constante, un tel univers peut être en expansion ou au contraire en contraction. Une alternative à ces deux modèles est présentée quelques années plus tard par Alexandre Friedmann (p. 120) , un physicien et mathématicien russe. En 1922, il publie un article intitulé "Sur la courbure de l'espace", dans lequel il applique l'équation d'Ein-

stein avec une constante cosmologique de valeur quelconque à un Univers homogène, isotrope, de géométrie sphérique ou plate et constitué de matière non relativiste. Cependant, à la différence d'Einstein, il ne le suppose pas statique. Il obtient alors ce qu'on appelle aujourd'hui les équations de Friedmann (p. 125) et trouve que l'Univers peut évoluer de plusieurs façons, comme s'expandre indéfiniment, ou observer une dynamique périodique. En 1924, il montre qu'il existe des solutions de géométrie hyperbolique. Ces résultats purement théoriques - Friedmann ne suggérant aucune expérience ou observation permettant de les confronter n'auront pas d'impact immédiat Il faut attendre les travaux de Georges Lemaître pour qu'un lien soit établi entre modèle cosmologique et observations astronomiques. En 1927, il propose un modèle qu'il appelle " Univers d'Einstein (p. 137) à rayon variable" (sphérique), c'est-à-dire similaire à celui décrit par Friedmann en 1922, mais avec quelques avancées notoires. En effet, en plus de la présence de matière non relativiste et de l'effet d'une constante cosmologique, Lemaître intègre une composante ultrarelativiste de matière (rayonnement) à ses calculs. Mais surtout, il donne des arguments physiques en faveur de son modèle d'Univers variable. Premièrement, il note que le " modèle A (p. 137) " d'Einstein est pertinent puisqu'il tient compte de la présence de masse dans l'Univers. Mais il montre aussi un résultat très important : un Univers en expansion (comme dans le " modèle B (p. 138) " de De Sitter) peut expliquer la fuite apparente des "nébuleuses spirales" observée par Slipher ! Il est alors naturel de proposer un modèle d'Univers fait de matière et en expansion. Lemaître obtient par ailleurs une relation liant la vitesse apparente de fuite v d'une nébuleuse spirale telle que mesurée par effet doppler, la distance d qui nous sépare de celle ci et le taux d'expansion de l'Univers (de rayon R) :

$$v = \left(\frac{c}{R}\frac{dR}{dt}\right) d \text{ si } \; v \ll c \text{ càd } \quad d \ll R \tag{4.1}$$

Ce résultat peut être testé expérimentalement : il suffit de vérifier que la vitesse de fuite de galaxies est proportionnelle à leur distance avec nous. La mesure du coefficient de proportionnalité donne directement la valeur de $K = \frac{c\dot{R}}{R}$. La difficulté est d'évaluer ces distances.

Chapitre 5

Découverte de l'expansion de l'Univers

— **1929** : Découverte de l'expansion de l'Univers par Hubble et preuve expérimentale de la loi portant son nom

D'après les mesures de vitesse des nébuleuses spirales dues à Slipher, ces objets ne semblent pas appartenir à la Voie Lactée : ils se déplacent trop vite par rapport à elle pour y être liées gravitationnellement. Il est donc naturel pour mettre fin à ce débat de se demander à quelle distance celles-ci se trouvent. Les mesures de distance classiques comme la parallaxe (p. 150) ne s'appliquent pas à des objets si lointains : il faut trouver une autre méthode. La solution au problème de mesure de distance de ces objets lointains sera apportée par l'étude des céphéides. Les céphéides sont des étoiles variables périodiques : la puissance lumineuse qu'elles rayonnent varie avec une période T de l'ordre de grandeur du jour. En 1908, l'astronome Henrietta Leavitt (p. 120) découvre une relation entre la luminosité de ces étoiles et leur période. Elle fait cette découverte à partir d'observations réalisées à l'observatoire de l'université d'Harvard sur des milliers d'étoiles variables pulsantes appartenant aux nuages de Magellan (des galaxies naines environ 20 fois plus proches de la Voie Lactée qu'Andromède). Ce résultat est très important : il permet de calculer la luminosité d'une céphéide à partir de sa seule période (qui est facilement mesurable). Or, connaissant la luminosité intrinsèque L d'une étoile ainsi que le flux que l'on en reçoit par unité de surface sur Terre F on peut en déduire sa distance d. ($F \propto L/d^2$). Ed-

win Hubble, un physicien américain, comprend très vite l'intérêt de cette méthode d'évaluation des distances. Durant les années 20, il applique cette méthode d'observation à des nébuleuses spirales suffisamment proches pour identifier individuellement des céphéides (p. 163) et appliquer la relation luminosité-distance alors connue. Connaissant la distance, il peut calculer la luminosité intrinsèque des plus brillantes des étoiles de ces nébuleuses. Il fit l'hypothèse que cette luminosité maximale devait être la même dans toutes les autres plus éloignées pour lesquelles il était impossible d'identifier les céphéides (p. 163) de façon individuelle. Ce faisant il disposait d'une nouvelle référence (la luminosité absolue des étoiles les plus brillantes) pour calculer la distance de chaque nébuleuse. En 1924, il annonce ainsi qu'il estime la distance d'Andromède à 900 000 années-lumière. Ce résultat met fin à la question du "grand débat" : les spirales nébuleuses sont bien des galaxies au même titre que la Voie Lactée à laquelle elles n'appartiennent pas. Dans son papier de 1927, Lemaître propose un modèle de l'Univers dans lequel les galaxies environnantes peuvent paraitre s'éloigner avec une vitesse proportionnelle à leur distance du fait d'une expansion. A l'aide des premiers résultats combinés de mesures de distances d'Hubble et de vitesses radiales il établit même une estimation la valeur du coefficient de proportionnalité : $v = Kd$ et $K \sim 625$ km/s/Mpc, mais les données lui manquent alors pour établir qu'il y a bien proportionnalité. Cette publication passe inaperçue. En 1929, Hubble publie "A relation between distance and radial velocity among extra-galactic nebulae" [5](Une relation entre la distance et la vitesse radiale des nébuleuses extra-galactiques). Son article montre à partir de mesures de distances et vitesses radiales portant sur 46 nébuleuses qu'il existe une proportionnalité entre les deux. Hubble trouve donc $v = Kd$ où il estime la valeur de K à 530 km/s/Mpc. Ce résultat, aujourd'hui appelé "Loi de Hubble", constitue la preuve de l'expansion de l'Univers, même aux yeux d'Einstein qui renonce alors à son modèle statique. La constante K est aujourd'hui appelée " constante de Hubble (p. 154) " et notée H_0 ("H" pour Hubble, et "0" pour souligner qu'il s'agit de la valeur de la constante au temps présent).

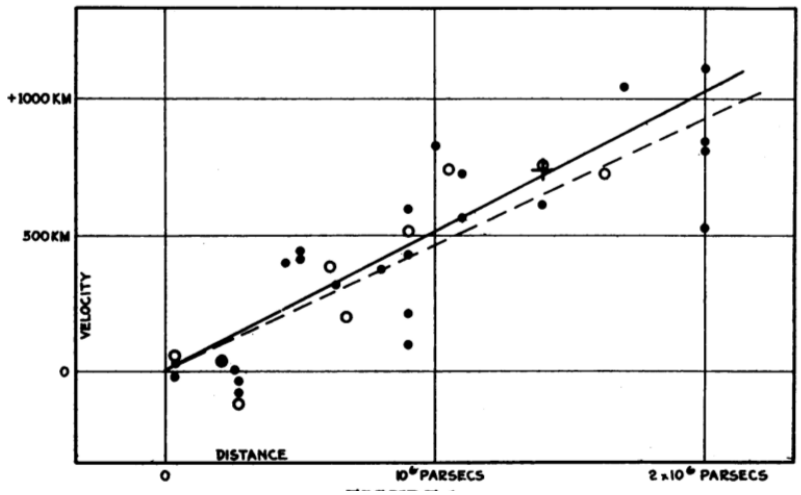


FIGURE 5.1 – **Figure issue du papier d'Hubble en 1929.**. Légende originale traduite : **Relation vitesse-distance pour les nébuleuses extragalactiques**. Les vitesses radiales, corrigées du mouvement du Soleil, sont représentées en fonction des distances estimées à partir des étoiles contenues et des luminosités moyennes des nébuleuses d'un amas. Les disques noirs et le trait plein représentent la solution pour un mouvement solaire estimé en se basant sur les données individuelles des nébuleuses ; les cercles et la ligne pointillée représentent la solution obtenue et regroupant les nébuleuses en 9 groupes distincts ; la croix représente la vitesse moyenne et la distance moyenne de 22 nébuleuses dont les distances n'ont pu être estimées inidividuellement.

Chapitre 6

Nouveaux modèles cosmologique : Big Bang ou Univers éternel ?

- **1931** : G. Lemaître suggère que l'expansion de l'Univers l'a amené d'une taille arbitrairement petite à sa taille actuelle en un temps fini, qu'il explique par la désintégration d'un état dense appelé "atome primitif"
- **1932** : Einstein et De Sitter proposent un modèle dynamique d'Univers
- **1948** : F. Hoyle propose un modèle stationnaire de l'Univers, en accord avec le principe cosmologique parfait, dans lequel une création continue de matière compense la diminution de densité due à l'expansion, en contradiction avec le modèle de Lemaître que Hoyle surnomme théorie du "Big Bang"

Après la découverte de l'expansion de l'Univers par Hubble, Einstein, qui était jusqu'alors sceptique au sujet des travaux de Friedmann et Lemaître sur des modèles cosmologiques non statiques, comprend leur valeur. Ainsi, au début des années 1930, il aide à répandre ces idées parmi les physiciens. En 1932, lui-même et De Sitter proposent un modèle cosmologique minimal [6], auquel on réfère aujourd'hui par le nom d' espace d'Einstein-de Sitter (p. 140) , conforme aux observations de l'époque :

— Géométrie plate
— Uniquement constitué de matière non-relativiste, de pression nulle (pas de rayonnement)
— Sans constante cosmologique (p. 152)

Il s'agit donc d'un Univers de Lemaître-Friedmann à constante cosmologique nulle. Ce modèle permet de déduire la densité de matière dans l'Univers directement à partir de la constante de Hubble H_0. On trouve ainsi avec les données de l'époque une densité de 10^{-25} kg.m^{-3}. Or il se trouve qu'il s'agit de l'ordre de grandeur de la densité telle qu'évaluée à partir des estimations de distances et masses des galaxies. Un élément majeur de ce modèle est qu'il implique l'apparition d'une singularité initiale : l'Univers semble naitre d'un état de densité infinie (facteur d'échelle (p. 139) nul), et ce il y a un peu plus d'un milliard d'années. Lemaître qui avait déjà remarqué ce fait suggère en 1931 une explication. Il propose que l'Univers soit né de la désintégration d'un "atome" [7], un état lié de la matière qui en se pulvérisant aurait engendré l'expansion. Il considère que ceci donne une explication aux rayons cosmiques et que la présence d'autres particules parmi ce rayonnement (alors non prouvée) en accréditerait la vraisemblance. Ainsi, pour Lemaître, cette singularité est tout à fait physique.

En 1948, F. Hoyle (p. 121) pointe quelques problèmes qui suggèrent le besoin de formuler une autre théorie pour l'Univers :

— Problème de l'Âge de l'Univers : puisque le modèle d'Einstein-de Sitter implique que l'Univers soit né d'une singularité il entraine que celui-ci a un certain âge et que ses structures doivent être plus jeunes : dans ce cadre, et d'après la constante d'Hubble mesurée à l'époque, cet âge doit être d'un peu plus d'1 milliard d'années. Cependant, l'âge de la Terre était estimé à l'époque entre 1.5 et 3 milliards d'années (par des techniques radiométriques).
— Problème de la formation des galaxies : selon Hoyle (p. 121) , les galaxies n'ont pu se former que lorsque l'expansion est devenue suffisamment lente pour que l'attraction gravitationnelle l'emporte localement, ce qui est inconsistent avec leur âge tel qu'estimé

Hoyle (p. 121) , à la suite de réflexions sur ce sujet avec les physiciens Gold et Bondi, propose alors un modèle d'univers appelé " théorie de l'état stationnaire (p. 142) " [8] visant à résoudre ces problèmes. Dans sa théorie, il fait l'hypothèse que de la matière est créée continuument et de façon homogène - par exemple, sous forme d'atomes d'hydrogène - de sorte à ce que

malgré l'expansion la densité d'énergie demeure constante. L'univers étant alors toujours de même densité, il est toujours semblable et n'a plus d'âge.

En 1950 on peut donc considérer qu'il existe deux classes de théories principales :

— Les univers d'Einstein-de Sitter et Friedmann-Lemaître, avec singularité initiale et âge fini.
— L'Univers stationnaire de Hoyle (p. 121)

Hoyle (p. 121) critiquera également la théorie de Lemaître de l'atome primitif et l'idée d'un état initial très dense de l'Univers en général par des arguments notamment philosophiques : il apparente la théorie de Lemaître - qui est par ailleurs prêtre - à la Création biblique. Il fera référence à ce modèle qu'il conteste sous le nom de "Big Bang". C'est le premier emploi de cette dénomination dans la cosmologie. Les observations disponibles à l'époque ne permettant pas d'éliminer l'une de ces théories, et le débat prend une tournure philosophique.

Chapitre 7

Les débuts de la nucléosynthèse primordiale

— **1946** : Gamow propose un mécanisme de formation des noyaux atomiques aux premiers stades d'un Univers en expansion
— **1948** : Ralph Alpher et Robert Herman suggèrent un rayonnement fossile émis au découplage de la lumière et de la matière dans le cadre du modèle du Big Bang
— **1953** : Alpher, Herman et Follin décrivent précisément l'état d'un Univers en Big Bang à partir de l'instant ou sa densité est telle qu'il peut être décrit par la physique connue

7.1 La synthèse des éléments

Introduire un peu formation des éléments etc. + parler de hoyle Au début des années 1940, une hypothèse à l'étude est l'abondance relative des atomes dans l'Univers s'explique par un équilibre thermique rapide ayant eu lieu à une température T qui aurait gelé les proportions des différentes espèces. Très approximativement, ces proportions devraient suivre une distribution de type Maxwell-Boltzmann $n \propto e^{-E/(k_B T)}$ où E est leur énergie nucléaire de liaison. L'énergie de liaison augmentant linéairement avec la masse atomique, l'abondance des espèces devrait décroitre exponentiellement avec celle-ci. Mais ce n'est pas ce qu'on observe : au lieu de cela, l'abondance des espèces

lourdes est à peu près constante. L'idée d'un équilibre thermique rapide est donc rejetée.

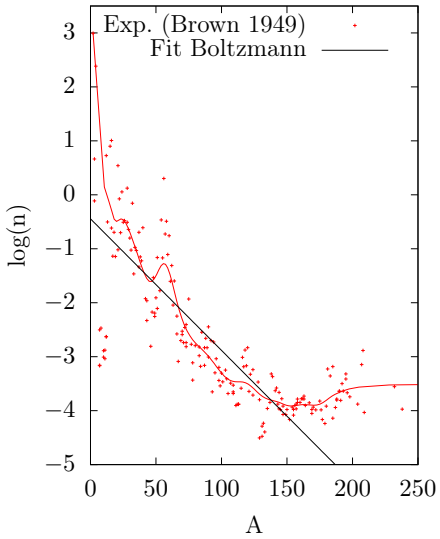


FIGURE 7.1 – **Logarithme de l'abondance relative des éléments et fit pour une distribution de boltzmann selon les énergies de liaison**. Un fit naif est réalisé sur la portion $0 \leq A \leq 80$ de la courbe. La meilleure correspondance est atteinte pour une température d'équilibre de l'ordre de 10^{12} K, mais cela est incohérent avec le résultat pour des valeurs de A supérieures (à partir d'environ 100-120) où la pente s'annulle inexplicablement. TODO : vrai fit avec

A partir de 1946, Gamow propose [9], en réponse à l'échec de cette explication, une autre théorie de formation des éléments basée sur un processus hors équilibre qu'il justifie par l'expansion rapide de l'Univers. Il montre dans le cadre du modèle d'Einstein-de Sitter que l'Univers se serait trouvé dans un état de densité suffisant pour autoriser des réactions nucléaires pendant un temps très court, vers ses tous premiers instants, pendant lequel un équilibre n'aurait pu être atteint. Gamow suggère alors un mécanisme, après qu'il ait remarqué une forte corrélation entre les sections efficaces de capture de neutrons par des noyaux et leur abondance :

1. Dans ses premiers instants, l'Univers se trouve dans un état où il est dominé par des neutrons

2. Les neutrons s'agglomèrent très vite par capture neutronique pour former successivement des éléments contenant de plus en plus de nucléons. Ceci doit se faire très rapidement étant donné le temps de demie-vie du neutron qui se désintègre en environ 1000 s : sinon, tous les neutrons seraient devenus des protons avant de s'agglomérer.
3. Ces éléments lourds qui se forment se stabilisent par radioactivité β^- (leurs neutrons deviennent des protons) donnant les atomes stables dont on mesure aujourd'hui l'abondance.
4. Les neutrons finissent par se désintégrer, et par ailleurs l'expansion ralentit la chaine d'agglomérations.

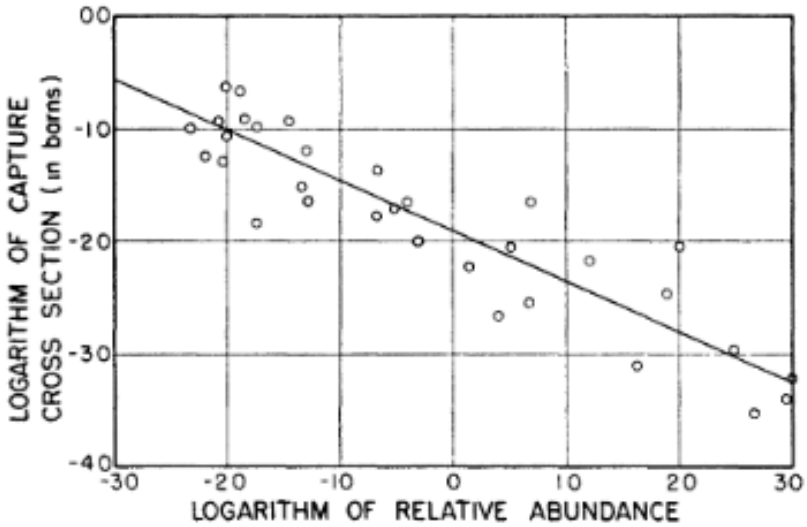


FIGURE 7.2 – **Corrélation entre section efficace de capture neutronique et abondance**. Ce graphe tiré de "The theory of origin and relative abundances distribution of the elements" [10] montre la corrélation entre abondance relative d'une noyau ${}^A_ZX$ et la section efficace de capture neutronique ${}^A_ZX + n \rightarrow {}^{A+1}_Z X$. Ceci montre que les éléments les moins abondants sont les plus susceptibles de capturer un neutron, ce qui suggère un mécanisme comme celui proposé par Gamow.

7.2 L'univers jeune dominé par les photons

En 1948, Gamow, Alpher et Herman publient de nombreux papiers dans le cadre de cette théorie [11]. Ils comprennent que pour expliquer la présence importante d'hydrogène, il est nécessaire que les protons issus de la désintégration des neutrons libres n'aient pas tous formé avec eux du deutéron (noyau constitué d'un proton et d'un neutron). Ils proposent alors que la formation du deutéron soit en fait un équilibre :

$$n + p \rightleftharpoons d + \gamma \tag{7.1}$$

Cet équilibre maintient la quantité de neutrons en empêchant leur désintégration (les neutrons libres réagissent pour former du deutéron dans lequel ils sont stables puis sont libérés à nouveau très vite par rapport à leur temps de demi-vie). Pour que la réaction inverse (et donc l'équilibre) soit possible, il faut que l'Univers contienne de l'énergie sous forme de photons à un niveau comparable à l'énergie de dissociation du deutéron, ce qui correspond d'après les trois physiciens à un rayonnement d'une température de l'ordre de (10^9 K). Avec l'expansion, l'énergie des photons diminue jusqu'à ce que la réaction inverse soit impossible. Ils comprennent alors que l'Univers devait être très chaud, et que la densité d'énergie de radiation $\sim \sigma T^4/c$ était très supérieure à la densité d'énergie de la matière non relativiste. Ceci a plusieurs implications. D'abord, d'après les équations de Friedmann (p. 125) , cela signifie que l'expansion était gouvernée par le rayonnement. De plus, ce rayonnement qui a du refroidir avec l'expansion devrait toujours exister, et en connaissant sa température à un instant donné (ici celui où les photons cessent de contribuer à l'équilibre du deutéron), il est possible d'en déduire la valeur actuelle. Ce sont Alpher et Herman qui proposent ainsi pour la première fois l'existence de ce qui est aujourd'hui appelé fond diffus cosmologique (p. 167) (" CMB (p. 167) " en anglais pour cosmic microwave background (p. 167)) ; Ils établissent plusieurs estimations de sa température variant entre quelques Kelvins et quelques dizaines de Kelvins

En 1950, des travaux menés par Enrico Fermi et Anthony Turkevich portant sur les réactions nucléaires entre éléments de taille $A \leq 7$ améliorent de façon significative la nature des processus en jeu dans ce modèle et de leur section efficace. Il apparait alors que ces réactions ne peuvent expliquer la formation d'éléments plus lourds que le béryllium (TODO : $A = 5, 8$ posent pb). Parallèlement, Hayashi suggère que des mécanismes (électrofaibles|fort ?) ont instauré un équilibre qui a imposé le rapport p/n avant la nucléosynthèse,

en contradiction avec l'hypothèse initiale de Gamow d'un état initial constitué uniquement de neutrons dont la désintégration serait la seule source de protons.

$$p + e^- \rightleftharpoons n + \nu_e \tag{7.2}$$

Ainsi, Hayashi trouve un ratio protons/neutrons $n_p/n_n \sim 4$ au lieu de 1/7 environ comme estimé par Gamow, Alpher et Herman en ne considérant que la désintégration des neutrons. Or, cette valeur ne permet pas de rendre compte de l'abondance observée des éléments pour une nucléosynthèse par capture neutronique successive.

Puisque la détermination de ce ratio p/n est cruciale pour déterminer la vraisemblance de la nucléosynthèse par capture neutronique, Alpher, Herman et Follin publient un papier en 1953 visant à estimer l'état initial de l'Univers avant la nucléosynthèse [12], selon les développements théoriques à leur disposition (qui leur permettent de décrire assez précisemment les phénomènes en jeu jusqu'à une température d'environ 100 MeV 10^{12} K) et en étudiant la dépendance en certaines valeurs expérimentales mal connues (par exemple, le temps de demie-vie du neutron). Ils estiment que p/n est compris entre $4, 5$ et 6, ce qui remet en effet en cause la nucléosynthèse par capture neutronique. Ce papier constitue cependant une base importante en tant que description alors la plus détaillée des premiers instants d'un big bang chaud.

TABLE IV. Timetable of events in the early epochs of the expanding universe.

Temperature (Mev)	Remarks: Neutrino = antineutrino	Remarks: Neutrino ≠ antineutrino
>100	Region of doubtful validity of the field equations where ρ_γ exceeds nuclear density.	
~ 100	Thermodynamic equilibrium prevails.	
	$\rho_\gamma \cong 1.2\times 10^{13}$ g/cm^3 $\rho_\mu = (7/4)\rho_\gamma$, $\rho_\pi = (3/2)\rho_\gamma$ $\rho_\nu = (7/8)\rho_\gamma$, $\rho_e = (7/4)\rho_\gamma$ $t \cong 6.3\times 10^{-5}$ sec	Same as for $\nu = \nu^*$ except $\rho_\nu = (7/4)\rho_\gamma$ $t \cong 5.9\times 10^{-5}$ sec
$\sim 100 - \sim 10$	Mesons annihilate converting energy into photons, electrons, and neutrinos.	
~ 10	Neutrinos are freezing-in during this period.	
	$\rho_\gamma \cong 1.2\times 10^{9}$ g/cm^3 $\rho_\mu \sim 10^{-4}\rho_\gamma$, $\rho_\pi \sim 10^{-6}\rho_\gamma$ $\rho_\nu = (7/8)\rho_\gamma$, $\rho_e = (7/4)\rho_\gamma$ $t \cong 8.7\times 10^{-3}$ sec	Same as for $\nu = \nu^*$ except $\rho_\nu = (7/4)\rho_\gamma$ $t \cong 7.8\times 10^{-3}$ sec
$\sim 10 - \sim 2$	Continued adiabatic expansion of universe with $T_\nu \cong T$ despite negligible interaction of neutrinos with medium.	
~ 2	Start of electron-positron annihilation.	
	$\rho_\gamma \cong 1.9\times 10^{6}$ g/cm^3 $\rho_\mu = \rho_\pi \sim 0$ $\rho_\nu \cong (7/8)\rho_\gamma$, $\rho_e = (7/4)\rho_\gamma$ $t \cong 0.22$ sec	Same as $\nu = \nu^*$ except $\rho_\nu \cong (7/4)\rho_\gamma$ $t \cong 0.20$ sec
$\sim 2 - \sim 0.05$	Electron-positron annihilation, converting energy into photons. Neutrinos cool adiabatically relative to remaining particles, the latter maintaining thermodynamic equilibrium. [See Tables I and II for more details during this epoch.] The neutron-proton abundance ratio reaches the free decay value, 4.5:1−6.0:1, at $T \sim 0.2$ Mev. Nucleogenesis begins at $T \sim 0.2$ Mev.	
~ 0.05	Nucleogenesis is well under way.	
	$\rho_\gamma \cong 0.72$ g/cm^3 $\rho_\nu \cong 0.24\rho_\gamma$, $\rho_e \sim 0$ $t \cong 600$ sec	$\rho_\gamma \cong 0.72$ g/cm^3 $\rho_\nu \cong 0.47\rho_\gamma$, $\rho_e \sim 0$ $t \cong 550$ sec
~ 0.03	Nucleogenesis essentially complete except for charge adjustment by β decay.	
	$t \sim 30$ min	
~ 0.03 Mev $- \sim 1$ kev	Thermonuclear reactions among some of the light elements, *viz.*, Li, Be, B, D with H, continue during this period.	
~ 0.015 ev	At $t \sim 10^8$ yr, $T \sim 170$°K and $\rho \sim 10^{-26}$ g/cm^3, galaxies probably form.	

Grâce aux travaux d'Alpher, Gamow et Herman, on sait décrire dès le début des années 1950 un Univers en évolution de type Big Bang dans son jeune âge. On sait que dans un contexte de refroidissement rapide depuis des températures très élevées des éléments légers peuvent se former (jusqu'à $A = 5$) par le biais d'un réseau de réactions nucléaires, mais pas des éléments plus lourds a priori. On sait par ailleurs qu'il doit subsister, d'après ce modèle, une densité de rayonnement non nulle à notre époque, équivalente à un rayonnement de corps noir dont la température actuelle devrait être de l'ordre de grandeur $1 - 10K$. Cependant, à l'époque, l'idée de Big Bang demeure assez spéculative et souffre de plusieurs problèmes [1] et la nucléosynthèse primordiale semble être une impasse puisqu'elle échoue apparemment à donner une explication exhaustive de la courbe d'abondance des éléments. Pour ces raisons, ces résultats n'attirent pas vraiment l'attention au moment de leur publication.

1. En autres, le "Cosmic age problem", à savoir que la Terre semble plus ancienne que l'Univers d'après la valeur de la constante de Hubble mesurée

Chapitre 8

Nucléosynthèse stellaire et nucléosynthèse primordiale

— **1957** : G. Burbidge, M. Burbidge, W. Fowler et F. Hoyle expliquent de façon très détaillée comment les noyaux de toutes masses peuvent être produits dans les étoiles

Bien que la nucléosynthèse primordiale dans un Big Bang semble une impasse au début des années 1950, l'idée selon laquelle il est nécessaire d'étudier les réactions nucléaires en détail pour comprendre le mécanisme à l'origine de l'abondance des éléments est plutôt bien admise. D'autre part, la seconde guerre mondiale ayant pris fin il y a peu, la physique nucléaire qui a fait l'objet d'intenses recherches à des fins militaires [1] est en plein essor. Les données s'accumulent et permettent d'établir des réseaux de réactions nucléaires (et leurs sections efficaces) de façon assez complète.

En 1957, Geoffrey Burbidge, Margarett Burbidge, William Fowler et Fred Hoyle (p. 121) publient un article très détaillé intitulé "Synthesis of the Elements in Stars" [13], dans lequel ils classent et décrivent très précisément différents processus nucléaires possibles dans les étoiles, afin d'expliquer la formation de la plupart des éléments naturels, des plus légers aux plus lourds (jusqu'à l'Uranium), à partir de l'hydrogène seulement. On peut résumer très

1. Las Alamos etc. je n'ai pas énormément de références en faveur de cet argument, mais il semble correct et cest bien la déclassification de certains données qui a permis à Gamow de déceler la corrélation abondance – neutron capture cross section

rapidement cette classification ainsi :

— Hydrogen Burning, Helium Burning et Processus α : Fusions consécutives d'éléments X_i et d'hydrogène ou d'hélium. Formation d'éléments plutôt légers $A \leq 25$, notamment le carbone et l'oxygène.
— Processus e : Atteinte d'un état d'équilibre thermique des protons et neutrons qui s'associent en partie pour former de façon privilégiée des éléments très stables (autour du Fer, $45 \leq A \leq 65$, intervalle dans laquelle elle domine)
— Processus s : Captures neutroniques lentes (les éléments se stabilisent par radioactivité bêta plus vite qu'ils ne se forment par capture). Domine dans le domaine $25 \leq A \leq 45$ et est signicatif dans l'intervalle $65 \leq A \leq 200$
— Processus r : Captures neutroniques rapides (les éléments se stabilisent par radioactivité β plus lentement qu'ils ne sont formés). Significatif pour des éléments lourds, $A \geq 70$.
— Processus p : Capture protonique. Explique la formation d'éléments relativement riches en protons.
— Processus x : Désigne le ou les processus qui expliqueraient la formation des éléments $D =^2_1$ H, ^{3}He, ^{4}He et ^{7}Li.

L'ensemble de ces mécanismes de formation d'éléments au sein des étoiles est regroupé sous le nom de "nucléosynthèse stellaire". Le succès de ce modèle est que les étoiles évoluant lentement, elles offrent une variétés de conditions physiques et donc de processus différents qui peuvent s'effectuer pendant un temps suffisant pour former une grande variété d'éléments.

Les auteurs motivent ce travail par l'échec des tentatives précédentes de donner une explication à la courbe d'abondance (comme la théorie de Gamow d'une capture neutronique primordiale dans un Univers en Big Bang, ou celle d'un équilibre thermique). Ils avancent par ailleurs que la nucléosynthèse stellaire se distingue de la nucléosynthèse primordiale dans la propagation des éléments : dans la première, ils sont formés dans des sites précis puis éventuellement accélérés et distribués dans l'Univers. Dans la seconde, leur formation est homogène et la répartition des éléments devrait le demeurer également. Or, selon les auteurs, on ne peut confirmer le caractère universel de la courbe d'abondance des éléments.

La nucléosynthèse stellaire parait donc très satisfaisante, même si elle échoue apparemment à expliquer la formation de l'hélium. Cependant, l'abondance de cet élément n'étant pas clairement établie, le besoin de faire appel à

d'autres processus de synthèse ne l'est pas non plus.

Chapitre 9

Découverte du fond diffus cosmologique

— **1964** : Découverte fond diffus cosmologique par Arno Penzias et Robert Wilson.

Au cours de l'année 1964, deux astronomes américains, Arno Penzias et Robert Wilson, travaillent sur l'antenne cornet d'Holmdel pour les laboratoires Bell. L'objectif de cet antenne construite en 1959 était de détecter l'écho radar de satellites en forme de ballon agissant comme réflecteur. Les deux physiciens devaient cependant s'en servir pour observer la voie lactée à des longueurs d'ondes aux alentours de 7 cm. Une des difficultés de cette taĉhe est que le faible niveau du signal requiert l'élimination de nombreuses sources de bruit, et notamment du bruit d'origine thermique, par exemple en refroidissant certains instruments jusqu'à 4 K (hélium liquide). Malgré toutes ces précautions, les deux phyisiciens observèrent en mesurant le signal à une longueur d'onde de 7,35cm (4080 MHz) un bruit irréductible équivalent à une température d'environ 3,5 $\pm$ 1 K, indépendant des saisons, dépendant faiblement de la direction, ce qui semblait écarter une origine galactique [14].

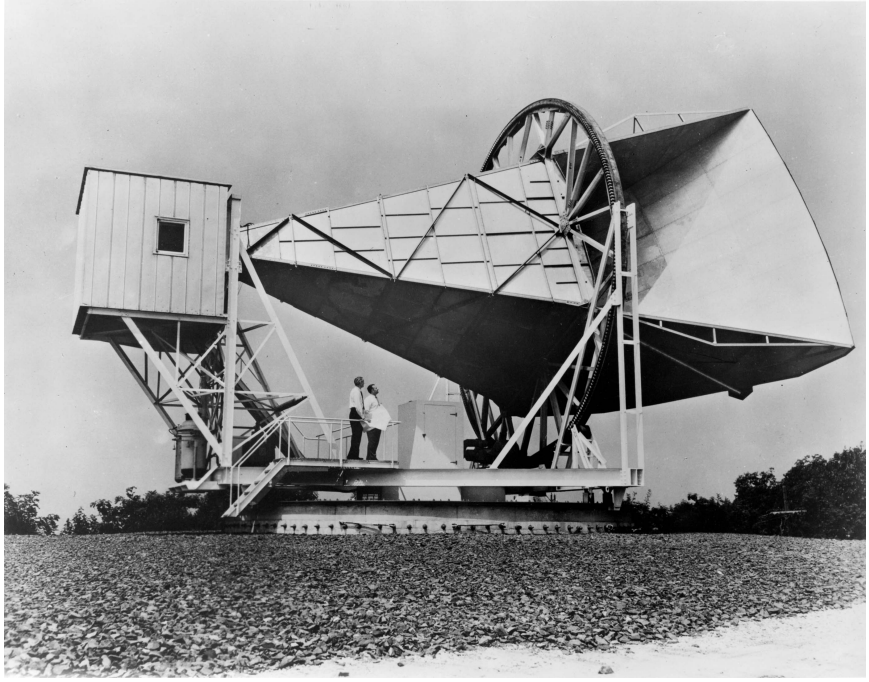


FIGURE 9.1 – **Antenne d'Holmdel**. Antenne d'Holmdel, dans le New Jersey.

Parallèlement, Dicke, Peebles, Roll et Wilkinson réétablissent indépendamment l'existence d'un fond de rayonnement photonique dans l'hypothèse d'un Univers né d'un Big Bang chaud. Ils entreprennent même de construire un instrument pour mesurer cet hypothétique rayonnement. Penzias finit par avoir vent de leurs recherches, et décide donc de contacter Dicke par téléphone pour lui exposer leur problème. Celui-ci comprend que le bruit observé par Penzias et Wilson doit être ce fameux rayonnement qu'ils cherchaient à mesurer. En 1965, les deux groupes publient simultanément un papier tenant compte de leurs résultats [15] [16], marquant la découverte du fond diffus cosmologique (p. 167) ou CMB (p. 167) (pour Cosmic Microwave Background).

Il faut noter qu'avant 1965, le CMB (p. 167) avait déjà été prédit plus ou moins correctement par Alpher et Herman (1948), et que plusieurs expériences en avaient détecté la trace sans que l'on ne s'en rende compte. En 1940, McKellar avait déjà mesuré une excitation d'une transition vibrationnelle dans la molécule CN en étudiant le spectre micro-onde de certaines régions du ciel, associée à une longueur d'onde d'environ 7 cm. Durant les

années 1950, plusieurs expériences de mesures dans les ondes radios comme celle d'Emile Le Roux ont rapporté l'existence d'un bruit d'une valeur d'environ 3 K mais avec de larges incertitudes. En 1960, Ohm, qui travaillait sur l'antenne d'Holmdel (plusieurs années avant Penzias et Wilson), avait déjà décelé et évalué un bruit de quelques Kelvins. Ce résultat avait été cité par deux physiciens russes en 1964 qui firent le lien avec un papier de Gamow évoquant le fond de rayonnement d'origine cosmologique, mais ils conclurent qu'une origine atmosphérique du bruit n'était pas écartée par les résultats de Ohms. Or, il s'agissait d'une erreur d'intérprétation puisqu'Ohm avait précisé dans son rapport que l'origine atmosphérique était écartée. Par ailleurs, Dicke assura qu'il n'était pas informé des travaux d'Alpher, Gamow et Herman sur un rayonnement d'origine primordiale, bien qu'il assista des années auparavant à un séminaire de Gamow sur ses recherches autour de la nucléosynthèse primordiale.

Cette découverte est majeure, puisqu'elle a deux conséquences immédiates :

— Remise en cause de la théorie de l'état stationnaire (p. 142) au profit du Big Bang
— Nouvelles perspectives observationnelles en Cosmologie puisque la mesure du CMB (p. 167) (température, spectre, isotropie) est riche en informations

Pour que l'origine cosmologique du fond de rayonnement soit validée, il faut s'assurer que son spectre est bien celui d'un corps noir et que son isotropie est suffisante. Ces deux caractéristiques sont très vite vérifiées dans les années qui suivent [17].

En 1978, Penzias et Wilson reçoivent le prix Nobel de physique pour leur découverte majeure.

Chapitre 10

Victoire du Big Bang, rejet de l'Univers stationnaire

— **1952** : Walter Baade découvre un nouveau genre d'étoile Céphéide variable, impliquant une nouvelle valeur de la constante de Hubble. D'autres corrections apportées à la mesure de cette constante permettent de rendre l'estimation de l'âge de l'Univers davantage compatible avec celui des diffèrents objets célestes.

— **1963** : Maarten Schmidt découvre un nouveau type d'objet astronomique plus tard appelé "Quasar". Les observations montrent qu'on en trouve surtout à une distance importante, ce sont donc des objets anciens, en contradiction avec le principe cosmologique parfait, ce qui porte un coup au modèle stationnaire de l'Univers.

Entre les années 1950 et 1960, les données expérimentales vont s'accumuler en faveur du Big Bang, excluant de plus en plus la théorie de l'état stationnaire (p. 142) .

10.1 Découverte du fond diffus cosmologique

La découverte du fond diffus cosmologique (p. 167) en 1965 porte un coup sérieux à la théorie de l'Univers stationnaire et semble au contraire une confirmation solide de celle du Big Bang. La présence de ce fond y est en

effet très naturelle : si l'Univers a traversé une phase très chaude, le rayonnement devait dominer. En se découplant du reste de la matière, il a refroidi avec l'expansion jusqu'à atteindre sa température actuelle d'environ 3 K. Son spectre est alors très caractéristique, puisque c'est celui d'un corps noir à cette température. L'Univers stationnaire possède aussi un fond de rayonnement mais aux caractéristiques bien différentes. Celui-ci est d'origine stellaire : le rayonnement émis par les étoiles emplit l'espace, et thermalise la poussière de l'Univers à une certaine température, qui varie localement avec la densité d'étoiles, mais grossièrement de l'ordre du Kelvin. Il existe donc un rayonnement qui est la somme du rayonnement stellaire et du rayonnement thermique induit de la poussière qui y est exposé. La matière étant distribuée de façon anisotrope à courte échelle (préférentiellement dans le plan galactique pour nous sur Terre), le rayonnement observé, s'il émanait des étoiles et poussières, devrait être anisotrope or il est remarquablement isotrope (il est équivalent à une même température quelque soit la direction, au premier ordre). D'autre part, la poussière devrait émettre avec des écarts significatifs au spectre du corps noir. Des mesures plus précises montreront que le fond diffus suit très précisément le spectre du corps noir à une température de 2,7 K.

10.2 Distribution des sources radios

La radiométrie permet d'autres tests cosmologiques que la découverte du CMB (p. 167) . En comptant le nombre de sources d'ondes radio en fonction de leur intensité, on peut en effet évaluer la vraisemblance de la théorie de l'Univers stationnaire à partir du raisonnement suivant :

Pour un univers stationnaire, il y a autant de sources partout à tout temps (densité n constante), et ils sont partout semblables (luminosité L constante) : $N \propto nd^3$, et $S \propto L/d^2$ alors le nombre $N(\geq S)$ de sources plus "brillantes" que le seuil S évolue comme$S^{-3/2}$. Ainsi la courbe de $\log S \mapsto \log N$ doit avoir une pente de -1.5. (En réalité, toutes les sources n'ont pas la même luminosité, mais suivent une distribution qui est constante dans le cas de l'Univers stationnaire, mais ceci ne change pas fondamentalement le résultat). Dans un Univers en Big Bang, la densité n varie, et la pente de cette courbe doit être plus forte. En réalité, la relation est plus complexe, il faut bien sur tenir compte des effets de l'expansion à redshift élevé [1]

1.

Dans les années 1950, une équipe d'astronomes de Cambridge publient plusieurs catalogues de sources d'ondes radio. On découvre alors parmi ces sources les quasars, des objects très caractéristiques (compacts, très lumineux). Martin Ryle argue à partir de ces résultats, que la relation $\log S \to \log N$ présente une pente plus forte que prédite par la théorie de l'état stationnaire (environ -2.5 au lieu de -1.5). Cependant après plusieurs corrections successives Ryle révise son estimation à environ -1.8. D'autres travaux conduisent mêmes à des valeurs proches de -1.5. Il s'ensuit alors une controverse entre Hoyle (p. 121) et Ryle, le premier jugeant irrecevable les conclusions établies à partir de ces observations.

10.3 Nouvelles mesures de la constante de Hubble

Un des arguments des défenseurs de l'Univers stationnaire était que l'âge (fini) de l'Univers dans la théorie du Big Bang devait être de quelques milliards d'années, d'après la valeur de la constante de Hubble (p. 154) connue à l'époque. Or, cette valeur était inférieure à certaines estimations de l'âge de la Terre [18] ou d'autres structures. Or, en 1952, Walter Baade découvre qu'il existe deux classes de céphéides (p. 163) variables, avec des corrélations entre luminosité et période différentes. Cela remet en question l'application de la relation luminosité-période basée sur des céphéides (p. 163) d'importe métallicité employée depuis 30 ans pour mesurer les distances des galaxies environnantes. [19]

Baade fait les corrections et nécessaire et trouve une valeur de la constante de Hubble (p. 154) deux fois inférieure à la valeur précédemment estimée (de 500 à 250 km/s/Mpc). Ceci a pour effet de doubler l'âge de l'Univers dans les modèle en Big Bang comme le modèle Einstein-de Sitter. Suite à ces travaux, Allan Sandage découvre d'autres sources d'erreurs dans l'estimation de H_0 faite par Hubble en 1929. Par exemple, Hubble avait supposé que les

---

$$N = \frac{4\pi n}{3}(a(t)\chi)^3 \tag{10.1}$$

$$S = \frac{L}{4\pi d_L^2} = \frac{L}{4\pi(1+z)(a(t)\chi)^2} \tag{10.2}$$

Donc

$$N(s \geq S, z) = \frac{4\pi n}{3}\left(\frac{L}{4\pi(1+z)S}\right)^{3/2} \propto \frac{1}{((1+z)S)}^{3/2} \tag{10.3}$$

étoiles les plus brillantes étaient de même intensité dans toutes les galaxies, mais Sandage montra qu'il interpréta à tort des objets comme des étoiles alors qu'il s'agissait de régions HII (hydrogène ionisé). Ces objets étant plus brillants, corriger l'erreur conduisit à des valeurs plus grandes des distances des galaxies incriminées, et donc à une diminution de la valeur de H_0. En 1958, Sandage publie un papier [20] dans lequel il expose plusieurs corrections à la méthode de mesure de la constante de Hubble (p. 154) et montre que sa valeur doit être comprise entre 50 et 100 km/s/Mpc. L'âge de l'Univers dans les modèles de type Big Bang les plus simples est alors compris entre 6,5 et 13 milliards d'années, montrant que ces modèles ne sont pas exclus par l'âge des structures de l'Univers.

10.4 Identification des quasars

En 1963, Maarten Schmidt identifie à l'aide du téléscope Hale à l'observatoire du Mont Palomar un objet nommé 3C 273 extrêmement brillant anormalement éloigné ($z \sim 0.16$) [21]. Ce décalage spectral (redshift) était si élevé qu'il ne fut pas compris tout de suite que la nature inhabituelle du spectre de cet objet était attribuable à un effet doppler. Pour être à la fois si distant et si lumineux, 3C 273 doit émettre 10^{12} fois plus de lumière que le Soleil. Dans les années qui suivent les quasar sont identifiés de façon privilégiée à des distances élevées, contestant la nature stationnaire de l'Univers (ce sont des objets anciens).

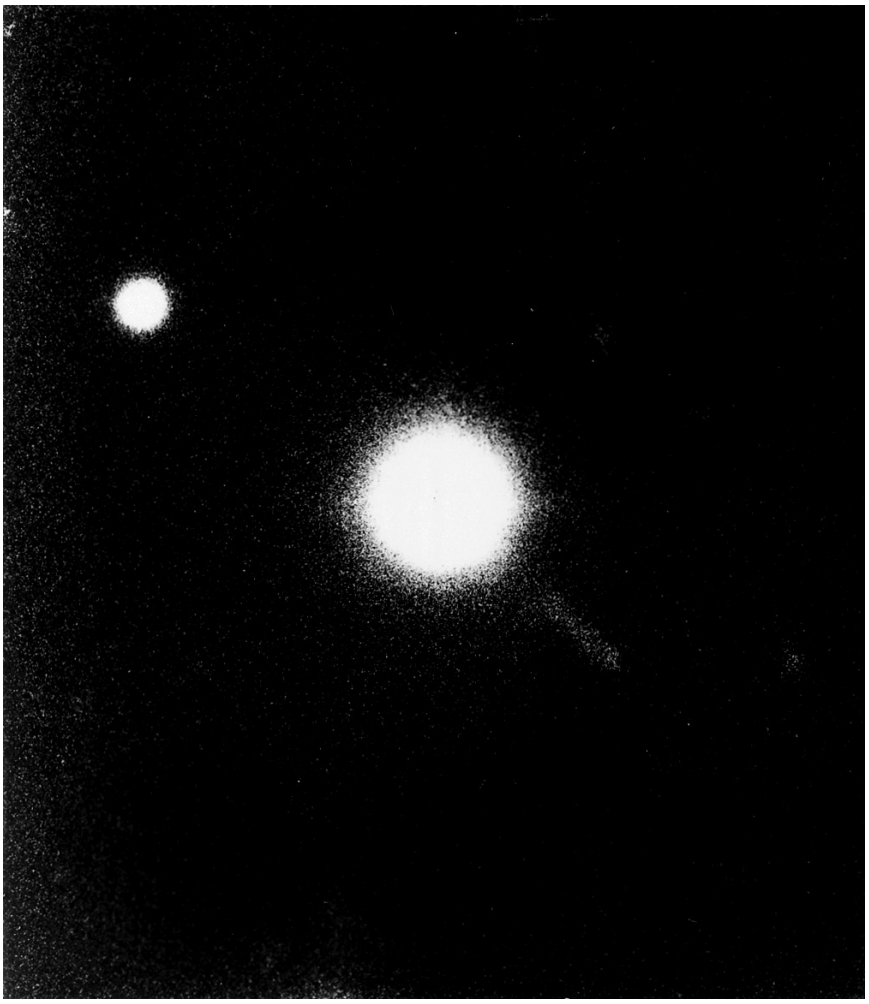


FIGURE 10.1 – **3C 273, le premier quasar identifié**.

Chapitre 11

Réintroduction de la nucléosynthèse primordiale

— **1973** : Robert Wagoner publie les résultats les plus précis alors sur la production d'hélium et de lithium par nucléosynthèse primordiale.

Momentanément oubliée après le succès de la nucléosynthèse stellaire, la nucléosynthèse primordiale, c'est-à-dire la formation de noyaux ayant eu lieu durant le Big-Bang, a connu un grand regain d'intérêt après la découverte du fond diffus cosmologique (p. 167) . Non seulement celui-ci confirme que l'Univers était beaucoup plus chaud dans le passé, et probablement suffisamment pour que des réactions nucléaires aient eu lieu à grande échelle, mais en plus la mesure de sa température est une contrainte expérimentale supplémentaire utile pour mieux tester ces modèles.

Au début des années 1960, les travaux d'Alpher, Follin et Hermann, ainsi que ceux d'Hayashi, ont permis d'obtenir une bonne description de la physique de l'Univers pour une température de l'ordre de la centaine de MeV - au-delà, la physique des particules n'est alors pas encore assez bien connue pour obtenir une meilleure description. A ces températures, l'Univers était constitué de protons et de neutrons (les baryons), d'électrons, de photons, et de neutrinos (p. 202) et anti neutrinos (p. 202) . Les réactions entre ces différents constituants étaient suffisantes pour les maintenant en équilibre thermodynamique, et donc une compréhension des phénomènes physiques antérieurs à $\sim$ 100 MeV n'est pas nécessaire. L'Univers est alors décrit par

un nombre limité de paramètres, les "conditions initiales", comme le ratio baryons/photons ($= (n_p + n_n)/n_\gamma$).

Avec le refroidissement de l'Univers, certaines réactions maintenant l'équilibre thermique sont interrompues. Le ratio protons/neutrons est ainsi constant, et n'évolue plus que par la désintégration spontanée des neutrons d'un temps de demi-vie de l'ordre de la dizaine de minutes. Une fois la température abaissée au dixième de MeV, les réactions nucléaires deviennent prédominantes, c'est le début à proprement parler de la nucléosynthèse primordiale. Afin d'estimer les abondances d'éléments résultantes, il faut alors intégrer toutes les réactions nucléaires et leur sections-efficaces aux calculs. C'est ce travail qui a été repoussé pendant plusieurs années après les derniers apports de Fermi et Turkevich.

Après la découverte du fond diffus cosmologique, la donne change donc très vite. Le Big-Bang parait beaucoup plus vraisemblable et dont la nucléosynthèse primordiale aussi. Par ailleurs, l'abondance des éléments ${}^2_1$H ${}^3_2$He, ${}^4_2$He et ^{7}Li, n'a pas encore d'explication satisfaisante, ce qui constitue une autre raison d'envisager des modes de production des éléments autre que la nucléosynthèse stellaire.

En 1964, Hoyle (p. 121) et Tayler publient un article intitulé "The mystery of helium abundance" [22], dans lequel ils évaluent la vraisemblance d'une explication de l'abondance observée de l'hélium par une synthèse durant un Big-Bang chaud, donc via le mécanisme qu'Alpher et Hermann ont été les premiers à proposer. Ils soulignent, en plus de sa valeur trop élevée (He/H $\sim 0,01$) pour les mécanismes stellaires classiques de formation, l'homogénéité de l'abondance observée de l'hélium. Le fait que celle-ci dépende très peu de l'objet observé, et donc qu'elle soit similaire proche ou loin des sites de production stellaires, et insensible à leur âge, semble indiquer une origine différente. L'abondance observée est très grossièrement en accord avec une production d'origine cosmologique selon leurs calculs, qui prédisent He/H $\sim 0,14$ au minimum (une légère tension avec la valeur expérimentale un peu trop faible est tout de même observée). Ils concluent alors que l'hélium a du être produit à très haute température, comme cela est possible dans le cadre du Big-Bang chaud, ou bien dans des étoiles supermassives.

D'autres études similaires sont menées en accord avec ce résultat. En 1967, Robert Wagoner, qui travaille à Caltech auprès de Fowler et Hoyle (p. 121) [14], publie les résultats d'une simulation impliquant 41 noyaux et 79 réactions faibles et nucléaires [23]. Les sections efficaces de toutes ces réactions

n'étant pas aisées à déterminer, certaines sont estimées à partir d'autres données (comme les énergies de liaison).

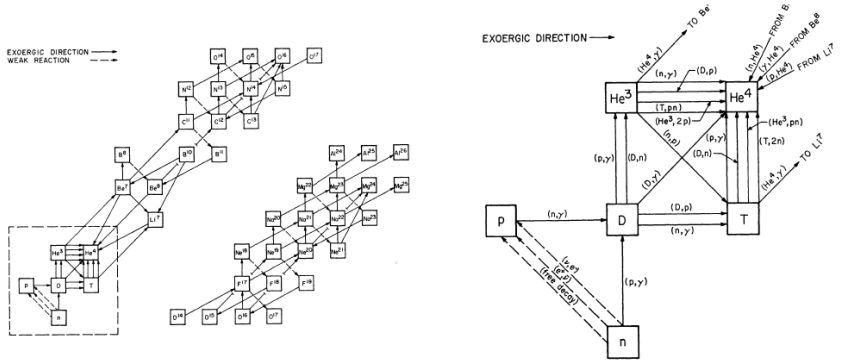


FIGURE 11.1 – **Réseau de réactions nucléaires employé par Wagoner**. Réseau de réactions nucléaires employé par Wagoner. A gauche, l'ensemble des réactions (pour les élements $A \leq 23$) est représenté. A droite, seules les réactions entre éléments légers sont présentées, de façon détaillée.

Les résultats indiquent un bon accord avec les observations d'abondance des éléments légers de l'époque pour une densité baryonique $\rho_b \simeq 2 \times 10^{-28}$kg.m^{-3}, ce qui est raisonnablement proche de la densité critique (p. 143) connue à l'époque ($\rho_c \simeq 10^{-26}$kg.m^{-3}).

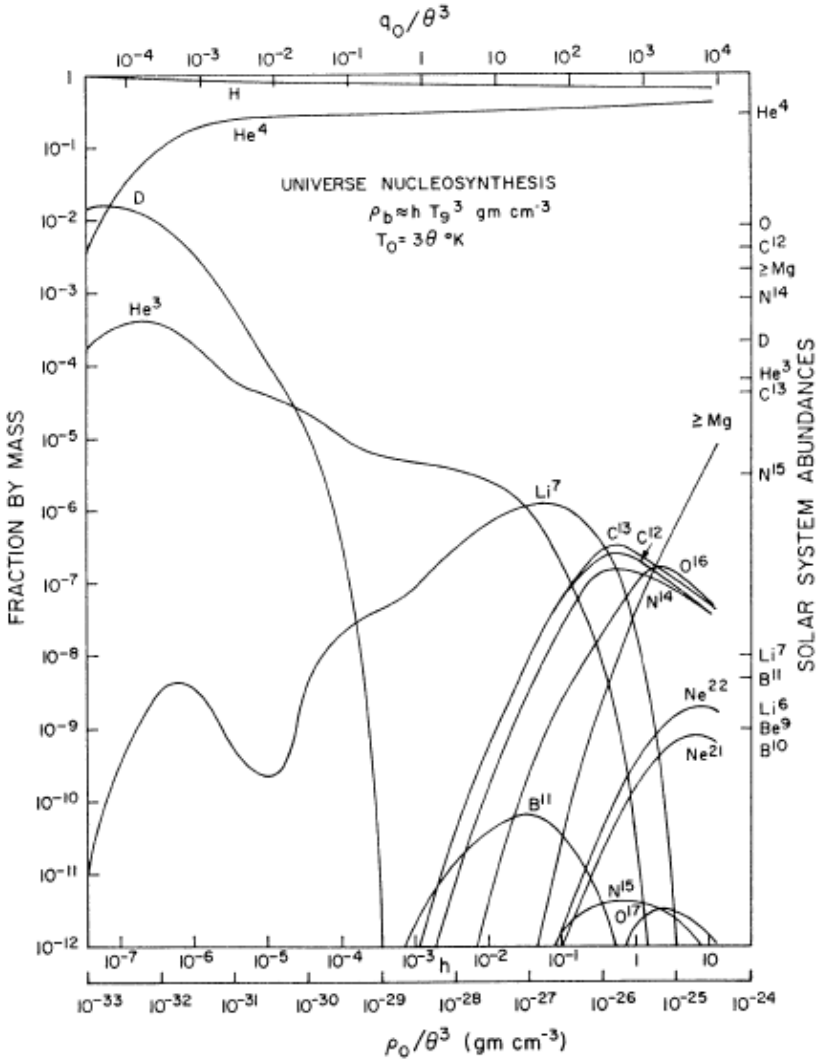


FIGURE 11.2 – **Résultats des calculs d'abondance des éléments de Wagoner en fonction de la densité baryonique actuelle**. Le graphe représente l'abondance des éléments (en terme de fraction massique) en fonction de ρ_b/θ où $\theta = T_0/(3$ K où T_0 est la température du fond diffus cosmologique (p. 167) (donc assez proche de 3 K).

Fort de meilleures données nucléaires, Wagoner publie des résultats améliorés en 1973 [24]. Wagoner débute cet article en donnant 3 arguments en faveur

de la nucléosynthèse primordiale :

— La découverte de galaxies naines bleues jeunes [25] et pauvres en O et Ne mais avec une abondance en hélium similaire aux valeurs pour des objets plus anciens.
— Aucun processus astrophysique ne semble capable de produire autant d'hélium et de lithium qu'observé.
— L'isotropie constatée du fond de rayonnement désormais mesuré à 2,7±0,1 K et la nature de corps noir de son spectre sont des arguments très forts en faveur d'une interprétation comsologique.

Le tableau suivant résume la situation expérimentale en 1973 :

TABLE 2
ABUNDANCE DATA

Element (1)	Observed Mass Fraction and Location (2)		Galactic Production and Destruction (3)	Pregalactic Mass Fraction (4)
^{2}H.....	2.3×10^{-4} (*a*)	Earth, meteorites	Solar-system fractionation enrichment factor = 2–10 (*b*, *c*)	$(0.3–5.0) \times 10^{-4}$
	$\leq 1.1 \times 10^{-4}$? (*d*)	Jupiter		
	$< 0.7 \times 10^{-4}$ (*e*)	Interstellar medium	Stellar destruction = 10–75% (*f*, *g*)	
^{3}He.....	2.6×10^{-5} (*b*, *c*)	Gas-rich meteorites	Stellar production possible (*h*)	$\leq 1 \times 10^{-4}$
	$\leq 1.1 \times 10^{-4}$ (*b*)	Solar wind	Stellar destruction = 0–75% (*f*, *g*)	
	$< 1.1 \times 10^{-4}$ (*i*)	H II region		
^{4}He.....	0.26–0.32 (*j*, *k*)	Interstellar medium and young stars	Stellar production = 0.01–0.04 (*f*, *g*)	0.22–0.32
	0.22–0.34 (*j*, *k*)	Nearby normal galaxies	Stellar destruction negligible	
	0.27–0.31 (*l*)	Dwarf blue galaxies		
^{6}Li.....	4×10^{-10} [$= X(^7\text{Li})/14.6$]	Earth, meteorites	Cosmic-ray production appears sufficient (*m*)	$\lesssim 10^{-9}$
^{7}Li.....	5.5×10^{-9}	Meteorites	Cosmic-ray production appears insufficient (*m*)	$\leq 2 \times 10^{-8}$
	5×10^{-8} (*n*)	Stars without depletion	Stellar production possible (*o*)	
	$< 1.3 \times 10^{-8}$	Interstellar medium	Stellar destruction = 10–75% (*f*, *g*)	
^{9}Be.....	1.3×10^{-10}	Meteorites	Cosmic-ray production appears sufficient (*m*)	$\lesssim 3 \times 10^{-10}$
	$< 4.6 \times 10^{-10}$	Interstellar medium		
^{10}B.....	(3×10^{-10}) [$= X(^{11}\text{B})/4.6$]	Meteorites	Cosmic-ray production appears sufficient (*m*)	$\lesssim 10^{-9}$
^{11}B.....	(1.5×10^{-9})	Meteorites	Cosmic-ray production possibly sufficient (*m*)	$\lesssim 3 \times 10^{-9}$
	$\leq 1.5 \times 10^{-9}$ (*p*)	Sun		
$A \geq 12$.....	1.5×10^{-2} (*a*)	Stellar photospheres	Stellar production sufficient	$\lesssim 10^{-5}$

REFERENCES.—(*a*) Cameron 1968; (*b*) Geiss and Reeves 1972; (*c*) Black 1972; (*d*) Beer *et al.* 1972; (*e*) Weinreb 1962; (*f*) Truran and Cameron 1971; (*g*) Talbot and Arnett 1972; (*h*) Iben 1967; (*i*) Predmore *et al.* 1971; (*j*) Danziger 1970; (*k*) Searle and Sargent 1972*b*; (*l*) Searle and Sargent 1972*a*; (*m*) Meneguzzi *et al.* 1971; (*n*) Zappala 1972; (*o*) Cameron and Fowler 1971; (*p*) Engvold 1970.

FIGURE 11.3 – **Abondance d'éléments légers**. Données sur les abondances d'éléments dont la synthèse n'est pas bien expliquée par la nucléosynthèse stellaire seule. [24].

Wagoner trouve par ailleurs les résultats suivants :

TABLE 1

ELEMENT PRODUCTION IN "STANDARD" BIG BANG

$\log h_0$	$\rho_b(T = 2.7°\ \mathrm{K})$ (g cm^{-3})	$X(^2\mathrm{H})$	$X(^3\mathrm{He})$	$X(^4\mathrm{He})$	$X(^6\mathrm{Li})$	$X(^7\mathrm{Li})$	$X(^{11}\mathrm{B})$	$X(A \geq 12)$
−6.00.....	7.15×10^{-33}	8.5×10^{-3}	3.6×10^{-4}	0.089	2.6×10^{-11}	2.0×10^{-9}	...	...
−5.75.....	1.27×10^{-32}	5.5×10^{-3}	2.8×10^{-4}	0.131	3.7×10^{-11}	3.0×10^{-9}	...	...
−5.50.....	2.26×10^{-32}	3.1×10^{-3}	1.9×10^{-4}	0.171	3.6×10^{-11}	2.8×10^{-9}	...	...
−5.25.....	4.02×10^{-32}	1.4×10^{-3}	1.1×10^{-4}	0.200	2.3×10^{-11}	1.5×10^{-9}	...	...
−5.00.....	7.15×10^{-32}	5.8×10^{-4}	6.7×10^{-5}	0.217	1.1×10^{-11}	5.0×10^{-10}	...	...
−4.75.....	1.27×10^{-31}	2.2×10^{-4}	4.3×10^{-5}	0.227	4.5×10^{-12}	2.2×10^{-10}	...	...
−4.50.....	2.26×10^{-31}	8.9×10^{-5}	2.8×10^{-5}	0.234	2.0×10^{-12}	3.4×10^{-10}	...	...
−4.25.....	4.02×10^{-31}	3.6×10^{-5}	1.8×10^{-5}	0.240	...	1.2×10^{-9}	...	...
−4.00.....	7.15×10^{-31}	1.3×10^{-5}	1.2×10^{-5}	0.246	...	3.5×10^{-9}	...	...
−3.75.....	1.27×10^{-30}	3.3×10^{-6}	8.5×10^{-6}	0.251	...	7.2×10^{-9}	...	...
−3.50.....	2.26×10^{-30}	3.9×10^{-7}	5.8×10^{-6}	0.255	...	1.2×10^{-8}	...	...
−3.25.....	4.02×10^{-30}	9.8×10^{-9}	4.1×10^{-6}	0.260	...	1.7×10^{-8}	...	...
−3.00.....	7.15×10^{-30}	1.2×10^{-11}	3.3×10^{-6}	0.265	...	2.5×10^{-8}	...	...
−2.75.....	1.27×10^{-29}	...	2.7×10^{-6}	0.270	...	3.8×10^{-8}	1.0×10^{-12}	2.4×10^{-12}
−2.50.....	2.26×10^{-29}	...	2.4×10^{-6}	0.275	...	6.0×10^{-8}	1.7×10^{-12}	1.0×10^{-11}
−2.25.....	4.02×10^{-29}	...	2.1×10^{-6}	0.280	...	9.4×10^{-8}	2.7×10^{-12}	5.0×10^{-11}
−2.00.....	7.15×10^{-29}	...	1.8×10^{-6}	0.284	...	1.5×10^{-7}	4.0×10^{-12}	2.5×10^{-10}
−1.75.....	1.27×10^{-28}	...	1.5×10^{-6}	0.289	...	2.2×10^{-7}	5.4×10^{-12}	1.2×10^{-9}
−1.50.....	2.26×10^{-28}	...	1.1×10^{-6}	0.294	...	3.0×10^{-7}	6.4×10^{-12}	5.4×10^{-9}
−1.25.....	4.02×10^{-28}	...	7.8×10^{-7}	0.299	...	3.7×10^{-7}	6.2×10^{-12}	2.1×10^{-8}
−1.00.....	7.15×10^{-28}	...	4.3×10^{-7}	0.304	...	3.7×10^{-7}	4.6×10^{-12}	6.5×10^{-8}

NOTE.—Three leaders (...) indicates $X < 10^{-12}$.

FIGURE 11.4 – **Prédictions d'abondance par Wagoner**. Prédictions d'abondance [24].

L'accord avec les valeurs expérimentales est correct et permet de placer une limite supérieure sur la densité baryonique ρ_b. Celle-ci doit alors être inférieure à $\rho_b \simeq 7 \times 10^{-27}$kg.m^{-3}, insuffisant pour que $\rho_b = \rho_c$ (densité critique (p. 143) égale à la densité baryonique). Ainsi, d'après ces résultats, l'Univers ne peut-être plat s'il est constitué de matière baryonique seule.

Chapitre 12

Découverte de la matière noire

— **1980** : Les travaux menés par Kent Ford et Vera Rubin montrent que la plupart des galaxies qu'ils ont pu étudier sont principalement constituées de matière noire

Depuis les années 1930 avec Yann Oort, plusieurs physiciens ont suggéré qu'il exisait dans l'Univers une certaine quantité de matière "invisible" afin d'expliquer la dynamique des galaxies observées. Cette idée reposait sur le fait qu'on peut estimer la masse d'une galaxie de deux façons différentes :

— En "décomptant" le nombre de sources lumineuses, et en estimant leur masse à partir de leur luminosité, on peut calculer la masse "lumineuse" totale M_L
— En observant la courbe de vitesse supposée d'origine gravitationnelle des objets d'une galaxie, on peut estimer la masse "gravifique" M_G nécessaire pour que celles-ci se meuvent comme elles le font (une estimation rapide peut être obtenue à l'aide du théorème du Viriel)

Le problème est que, si l'on fait ce calcul, par exemple pour la Voie Lactée, on trouve que M_L ne représente qu'un dixième de M_G ! Il semble donc qu'une composante essentielle de la masse soit "invisible".

Dans les années 1970, Vera Rubin mène des recherches avec l'aide de Kent Ford qui avait mis au point un nouveau spectrographe très performant afin d'étudier la distribution de vitesses orbitales des galaxies en fonction de la distance au centre. En 1980, les deux physiciens publient dans un papier [26]

le résultat de leurs mesures portées sur 21 galaxies Sc (galaxies spirales à plus de deux bras, dans la séquence de Hubble). Ils trouvent systématiquement une courbe de vitesse devenant plate à des distances importantes du centre galactique.

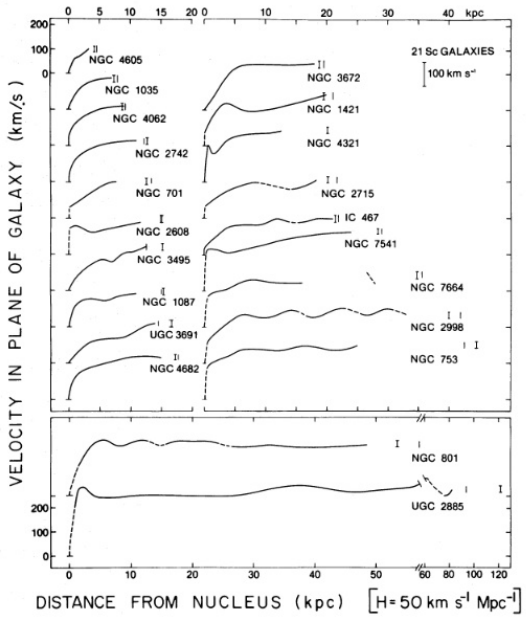


FIGURE 12.1 – **Courbes de vitesse rotationnelle**. Légende originale traduite : "vitesses moyennes dans le plan galactique, en fonction de la distance au noyau pour 21 galaxies Sc, classées par rayon croissant. La courbe dessinée est la courbe de rotation obtenue à partir de la moyenne des vitesses de chaque côté de l'axe principale. [...] Les tirets proches du noyau galactique indiquent les régions dans lesquelles les vitesses ne sont pas disponibles pour des raisons d'échelle. Les tirets à grande distance du noyau indiquent une vitesse chutant plus vite que la loi Képlerienne $(r^{-1/2})$"

Grâce à la troisième loi de Képler il est alors possible de remonter au profil de densité $r \to \rho(r)$ selon :

$$\rho(r) = \frac{3v^2}{4\pi G r}\left(1 + 2\frac{r}{v(r)}v'(r)\right) \tag{12.1}$$

Ce profil peut être comparé à celui estimé à partir de la courbe de luminosité

dans différentes bandes. La décroissance attendue en $1/r$ de la densité d'après les courbes de vitesse ne correspond pas à la matière visible ! Il y a bien de la matière invisible qui s'étend jusqu'hors des limites visibles des galaxies.

Chapitre 13

Inflation et physique des particules

— **1980** : Alan Guth suggère un scénario d'expansion très rapide de l'Univers à son commencement qu'il appelle "Inflation". Ce scénario vise à résoudre plusieurs problèmes comme celui de l'ajustement fin de la densité ou encore de l'homogénéité de l'Univers incluant des régions causalement séparées.

13.1 Caractéristiques intrigantes du Big-Bang

Vers la fin des années 1970, le modèle du Big Bang fait consensus. Pourtant, il soulève déjà plusieurs problèmes :

— **Problème de la platitude (p. 198)** (flatness problem) : A l'époque, on n'observe aucune indication d'une courbure éventuelle de l'Univers. Le paramètre de courbure Ω_k étant relié à la densité d'énergie et la densité critique (p. 143) de l'Univers par $\Omega_k = \frac{\rho - \rho_c}{\rho_c}$, ces deux densités doivent être raisonnablement proches (pas plus d'un ordre de grandeur d'écart), Ω_k devant être raisonnablement petit. Si elles ne l'étaient pas, l'Univers serait très différent, et la formation des grandes structures en aurait été grandement affectée. Or, le paramètre

de courbure évolue au cours du temps :

$$|\Omega_k(t)| = |\Omega_{k0}| \frac{\rho_0}{\rho(t)a(t)^2} \tag{13.1}$$

Dans une phase où l'Univers est dominé par le rayonnement (ce qui est le cas pour l'Univers à ses débuts dans le cadre d'un Big-Bang chaud) alors $\rho \propto T^4$, $a \propto T^{-1}$ et donc :

$$|\Omega_k(t)| = |\Omega_{k0}| \frac{T_0^2}{T(t)^2} \tag{13.2}$$

Plus on remonte dans le temps, plus l'Univers devait être chaud et plus il devait donc être plat ! En prenant $T_0 = 3$ K, et l'instant t tel que $T(t) = 1$ TeV $= 10^{16}$ K, alors la courbure de l'Univers devait être 10^{32} fois plus faible qu'aujourd'hui à cette époque, donc remarquablement minuscule. Si elle n'avait pas été ajustée alors pour être si petite, l'Univers aurait été très différent aujourd'hui.

— **Problème de l'Horizon (p. 200)** : L'Univers est supposé en tout temps homogène et isotrope bien que régions aient été et soient "causalement déconnectées" (aucune interaction n'a pu se propager de l'une à l'autre, pas même la lumière), et donc ne peuvent être maintenues en équilibre par un processus physique.

13.2 Les théories de grande unification

Parallèlement à ces problèmes relevant du domaine de la Cosmologie, la physique des particules connait de très grands progrès durant les années 1970, qui virent en effet le modèle standard prendre forme. La découverte des courants neutres (interactions avec des neutrinos (p. 202) ne faisant par intervenir de charge électrique) en 1973 supporta largement la théorie d'unification des interactions faible et électromagnétique construite à la décennie précédente par Sheldon Glashow, Abdus Salam et Steven Weinberg, ce qui leur valut le prix nobel en 1979. De même, la théorie de la chromodynamique quantique dont le but est de décrire l'interaction forte prend alors forme et en 1979 l'expérience PETRA confirme l'existence des gluons.

Le modèle standard qui se construit requiert un nombre importants de paramètres, et certaines symétries ne sont pas bien expliquées (par exemple, l'égalité en valeur absolue de la charge de l'électron et du proton). Il est alors

proposé [27] [28] que les différentes interactions du modèle standard soient la manifestation d'une brisure de symétrie à partir d'une structure plus simple. Les théories qui visent à unifier ces interactions sont appelées " Théories de Grande Unification (p. 204) ".

Par ailleurs, plusieurs théories de grande unification suggèrent l'existence de monopôles magnétiques (des particules qui possédraient une "charge magnétique" ayant le même effet sur le champ $\vec{B}$ qu'une charge électrique a sur le champ $\vec{E}$). Cependant, il est attendu qu'il n'y a pas vraiment espoir de produire de telles particules - si elles existent - dans des accélérateurs. Le physicien Henry Tye suggère alors à son collègue Alan Guth, qui a déjà travaillé sur les monopôles magnétiques, de réfléchir à leur éventuelle production et existence au début du Big Bang, lorsque la température de l'Univers était suffisante. Incidemment, Alan Guth assiste à un séminaire donné par R. Dicke dans lequel celui-ci expose le problème de la platitude.

13.3 Émergence de la théorie de l'inflation

A. Guth et ses collaborateurs remarquent que les théories GUT (p. 204) prédisent dans le cadre de la théorie du Big Bang de l'époque la création de monopôles magnétiques en très grande quantité ce qui n'est *a priori* pas possible puisque ceux-ci n'ont pour l'instant pas été observés. Pour l'expliquer, ils suggèrent une phase de refroidissement très rapide due à une transition de phase d'un champ scalaire pendant les tous premiers instants du Big-Bang, ce qui équivaut à une expansion dramatiquement rapide de l'Univers, de telle sorte que les monopôles magnétiques sont tellement dilués qu'inobservables. De plus, il comprend que cette expansion très rapide permet à la fois de résoudre le problème de la platitude, ainsi que celui de l'Horizon ! En effet, si l'on reprend le problème de la platitude, on observe qu'il apparait parce que dans un scénario sans inflation, l'écart à la platitude de l'Univers est inversement proportionnelle à ρa^2 et donc proportionnelle à $1/T^2$ durant l'ère radiative. Cela est du au fait que la densité diminue fortement avec l'expansion. Or, pour un champ scalaire, sous certaines conditions, cette densité demeure à peu près constante (voir énergie du vide (p. 152)). Dès lors $\Omega_k \propto 1/a^2 \propto T^2$. Si l'Univers était dominé par une forme d' énergie du vide (p. 152) et a subi une forte expansion (donc de refroidissement) avant l'ère radiative, alors il a été fortement aplati.

C'est ainsi qu'Alan Guth suggère le recours à l'inflation pour résoudre ces difficultés du Big-Bang [29]. Le mécanisme initialement proposé est donc le suivant :

1. Un champ scalaire ϕ de potentiel $V(\phi)$ représenté sur la figure ci-dessous se trouve initialement dans un état de faux-vide (minimum d'énergie local, $\phi = 0$, mais qui n'est pas un minimum global).

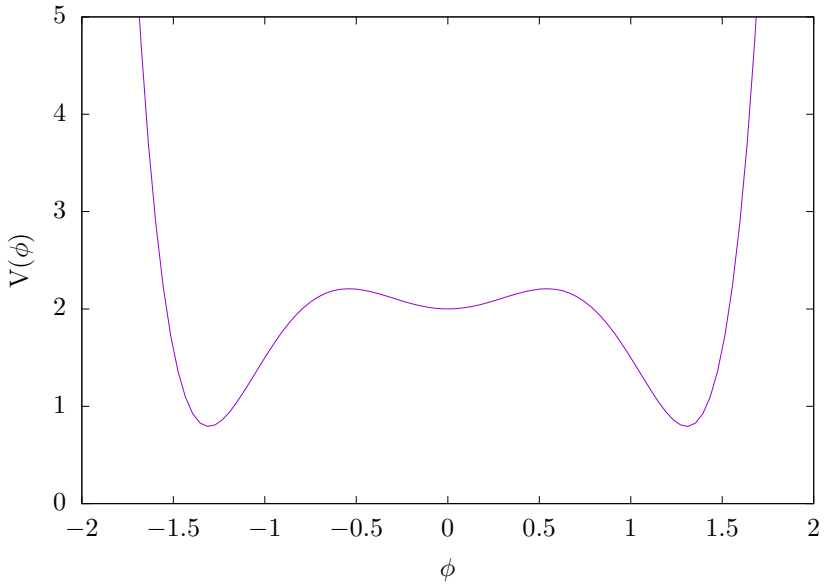


FIGURE 13.1 – **Potentiel du champ scalaire responsable de l'inflation**. $\phi = 0$ correspond au "faux-vide", minimum *local* du potentiel. Le véritable minimum correspond au "vrai vide". Lorsque l'Univers refroidit, survient une transition de phase du premier état à l'autre de plus basse énergie.

   Sa valeur est telle que c'est son énergie qui domine l'expansion de l'Univers, avec une équation d'état similaire à $P = -\rho$. Cela induit un expansion exponentielle de l'Univers, l'inflation.

2. Avec son expansion, l'Univers se refroidit et une transition de phase a lieu entre le faux-vide et le vrai-vide. Finalement l'effet du champ scalaire sur l'expansion devient négligeable.
3. A la fin de l'inflation, l'énergie du champ scalaire est convertie en énergie thermique, et l'Univers se réchauffe à des températures très élevées. Le Big-Bang se poursuit, l'expansion gouvernée par la matière

ultrarelativiste refroidissant l'Univers. Au cours de cette expansion rapide, l'Univers a été fortement aplati, ce qui résoud le problème de la platitude. Par ailleurs, la phase d'expansion exponentielle induit que l'Univers observable est issu d'une même région causale avant l'inflation, ce qui résoud le problème de l'Horizon. Enfin, la dilution occasionnée par cette expansion rend inobservables d'éventuels monopôles magnétiques.

13.4 Insuffisance du scénario d'Alan Guth, nouveaux modèles inflationnaires

Le scénario premièrement suggéré par Alan Guth repose sur la brisure de symétrie (p. 204) d'un champ scalaire, associée à une transition de phase. Lors de celle-ci, des "bulles" de vrai-vide du champ se forment et grandissent, de la même façon que des bulles de vapeur se forment lors de l'ébullition de l'eau. Les collisions entre ces bulles auraient des conséquences importantes sur la structure de l'Univers (en particulier cela le rendrait fortement inhomogène et anistrope). Un modèle alternatif [30] est suggéré dans lequel le potentiel du champ scalaire décroit de façon monotone vers son minimum et suffisamment lentement pour que la transition soit également lente devant la vitesse d'expansion H durant l'inflation. Alors, les bulles sont formées assez peu rapidement pour qu'elles soient largement diluées par l'expansion concurrente. Les collisions entre bulles sont alors bien plus rares, et le problème d'homogénéité est résolu. N'étant par ailleurs plus assez fréquentes pour expliquer le réchauffement à la fin de l'inflation, la hausse de température est alors expliquée par l'amortissement des oscillations du champ autour de sa position d'équilibre, le transfert d'énergie était responsable de la création de particules et du "reheating".

13.5 D'autres problèmes cosmologiques des théories de grande unification

Une des principales figures travaillant sur la connexion entre physique des particules et cosmologie est l'astrophyicien russe Zeldovich qui publie en 1981 une importante synthèse de la physique des particules dans un univers en Big-

Bang. [31]. Les enjeux qu'ils soulèvent dans ce papier ainsi que les théories de grande unification développer en parallèle suggèrent d'autres problèmes, parmi lesquels :

1. L'**assymétrie matière-antimatière**. A l'époque on sait grâce à Sakharov [32] que cette asymétrie manifeste - la matière domine clairement dans notre univers observable - nécessite trois conditions préalables :
   — Violation du nombre baryonique ($B = n_b - n_{\bar{b}}$ ne doit pas être constant, notamment s'il est initialement nul)
   — Violation des symétries C et CP, afin que les processus physiquent puissent privilégier un type de matière
   — Baryogénèse (p. 182) hors équilibre thermique, sans quoi les équilibres entre réactions directes et indirectes supprimeraient l'asymétrie
2. Les **murs de domaine**. Certaines théories de grande unification comme SU(5) prédisent des brisures de symétrie discrète. Des interfaces entre des régions basculées dans des directions différentes après brisure (voir l'exemple de l'annexe brisure de symétrie (p. 204)), à cause de la forte discontinuité engendrée, devraient créer des phénomènes violents (par exemple l'émission d'ondes gravitationnelles très intenses). Ceci est en conflit avec les observations et exclue bon nombre de théories.

[31].

[33] [34]

Chapitre 14

Expérience COBE

— **1990** : L'expérience COBE permet mesure précise du spectre du fond diffus cosmologique et l'établissement de la première carte de ses anisotropies

En 1974, John C. Mather lance l'idée avec d'autres physiciens d'un satellite mesurant les propriétés du fond diffus cosmologique (p. 167) . Le projet est validé sous le nom COBE (pour COsmic Background Explorer) et comprend trois instruments :

— **DIRBE** : "Diffuse Infrared Background Experiment". Réalise une mesure du spectre de rayonnement sur 10 longueurs d'onde, comprises entre 1,25 μm et 240 μm.
— **FIRAS** : "Far Infrared Absolute Spectrophotometer". Réalise des mesures d'intensité entre $\lambda = 0,1$ mm et $\lambda = 5$ mm.
— **DMR** : "Differential Microwave Radiometers". 6 radiomètres différentiels mesurent la différence de rayonnement entre deux directions séparées de 60° avec une ouverture de 7°, à trois longueurs d'onde pour lesquels la pollution galactique est réduite (31 GHz, 53 GHz, 90 GHz).

Le satellite est lancé en 1990 et placé en orbite à 900 km d'altitude. Alors que l'accord avec un spectre de corps noir est très vite vérifié, les données sont collectées pendant deux ans pour affiner la carte des anisotropies.

La tâche n'est pas simple, puisqu'aux photons issus du fond diffus cosmo-

logique (p. 167) s'ajoute l'émission directe par des sources ou par diffusion dans le plan galactique notamment, ainsi que la diffusion par de la poussière interstellaire. Ces formes de bruits doivent être soustraites pour reconstituer le CMB (p. 167) .

Les résultats sont publiés en 1992 [35].

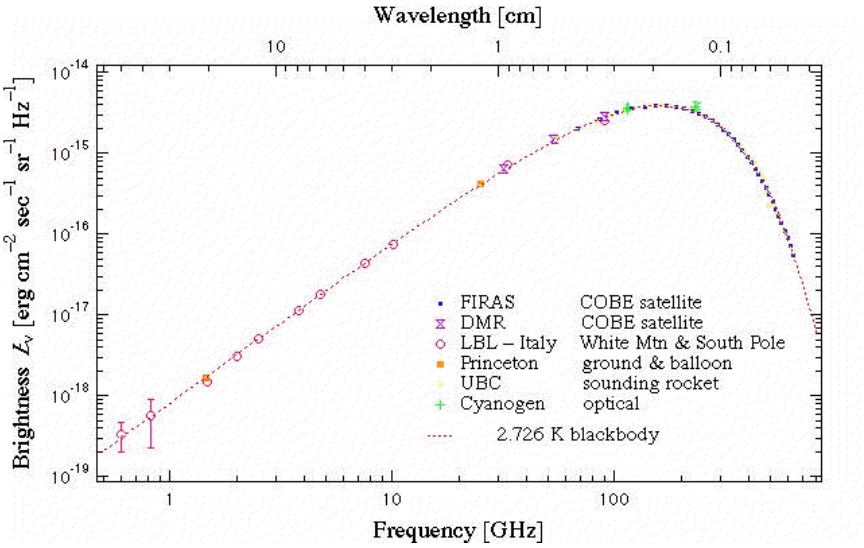


FIGURE 14.1 – **Spectre du CMB comparé à un corps noir à 2.7 K d'après COBE**. Le spectre du CMB (p. 167) relevé à l'aide FIRAS est comparé à celui d'un corps noir à la température donnant le meilleur accord. La compatibilité est excellente ce qui confirme que le fond de rayonnement est bien issu d'un équilibre thermique parfait, donc en très bon accord avec l'interprétation cosmologique.

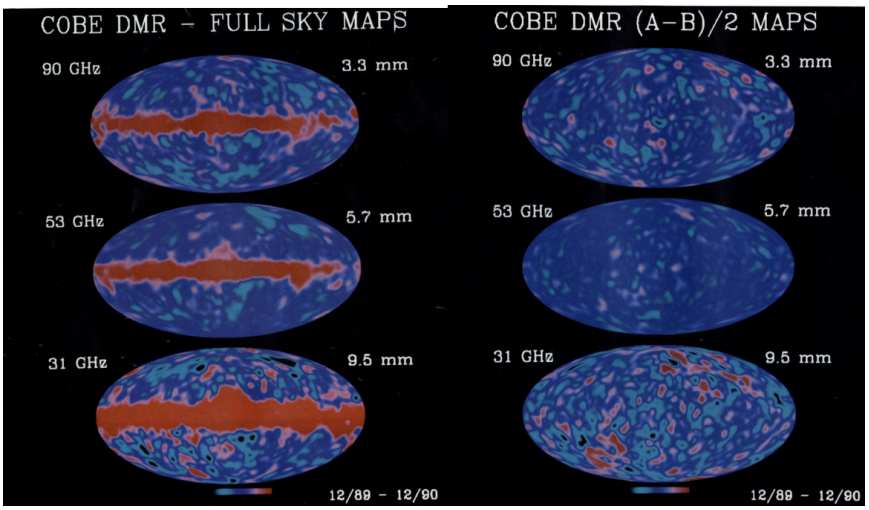


FIGURE 14.2 – **Carte du CMB**. Carte du CMB (p. 167) relevée par l'instrument DMR de COBE, pour diverses longueurs d'onde. A gauche, les cartes représentent les mesures brutes. A droite, les effets des sources galactiques et de la poussière ont été soustraits. C'est la carte du CMB (p. 167) à proprement parler.

L'étude des anisotropies du fond diffus cosmologique (p. 167) est d'un intérêt majeur. Elles sont l'image des fluctuations primordiales de densité qui en évoluant sous l'effet de la gravitation sont devenues les grandes structures d'aujourd'hui. Connaitre leur forme permet non seulement de tester nos modèles d'évolutions de l'Univers à partir du découplage (p. 181) , mais également de mieux connaître les conditions initiales de l'Univers et de tester certains modèles de théories inflationnaires. L'expérience COBE, qui marque une nouvelle ère dans la cosmologie observationnelle, vaudra l'attribution du prix Nobel 2006 aux physiciens à John C. Mather and Georges F. Smoot.

Chapitre 15

Découverte de l'accélération de l'expansion de l'Univers

— **1998** : Découverte de l'accélération de l'expansion de l'Univers
— **1998** : Introduction de la notion d'"Énergie sombre" par Dragan Huterer et Michael S. Turner pour expliquer l'accélération de l'expansion. Ceci comprend entre autres hypothèses la réintroduction de la constante cosmologique.

Au début des années 1990, le modèle le plus accepté parmi les cosmologistes est le modèle $S-CDM$, c'est-à-dire un Univers proche de sa densité de fermeture (plat) constitué en quasi totalité de matière noire froide, et également de matière baryonique froide. Ce modèle montre de plus en plus de faiblesses d'après les dernières observations, et de nouvelles données observationnelles sont nécessaires pour en comprendre les raisons.

Les supernovae sont des évènements consécutifs à la "mort" d'une étoile. Ils libèrent une énergie colossale et sont donc très lumineux. Au début des années 1990, on distingue deux catégories principales de supernovae (SN) :

— Les **supernovae thermonucléaires (p. 184)** (aussi appelées supernovae de type Ia (p. 184)) : Elles sont dues à l'effondrement de naines blanches (des étoiles compactes de masse proche de celle du Soleil mais de rayon 100 fois plus petit) maintenues en équilibre contre l'effondrement gravitationnel par la pression de dégénérescence

de leurs électrons [1]

— Les **supernovae à effondrement de coeur (p. 183)** : Elles sont dues à l'effondrement d'une plus grande variétés d'étoiles massives (masse supérieure à une dizaine de masses solaires) dès lors que leur coeur produit du Fer.

Les supernovae de type Ia (p. 184) se différencient des autres supernovae de type I par la présence de silicium dans leur spectre. Elles sont surtout comme propriété majeure de posséder des luminosités intrinsèques proches. Mieux encore, ces évènements ayant une durée typique de quelques jours, leur courbe de luminosité est parfaitement observable. Pour les SN Ia, la forme de cette courbe, et plus particulièrement la vitesse à laquelle elle décroit, permet de remonter encore plus précisément à leur luminosité intrinsèque maximale, comme découvert en 1993 [36]. Cela signifie que l'on peut connaitre leur magnitude absolue assez précisément sans connaitre leur distance ! Les supernovae Ia sont donc des "chandelles standard", à la manière des céphéides variables, mais leur importante luminosité permet de mesurer des distances plus lointaines. Ce constat est supporté par des modélisations et il y a de bonnes raisons d'avoir confiance en le potentiel des SN Ia en tant que chandelles standard.

Ainsi, observer la courbe de luminosité des SN Ia permet d'en déduire leur magnitude absolue et donc leur distance de luminosité (p. 144) . On peut par ailleurs mesurer leur redshift. Or, la relation entre distance de luminosité (p. 144) et redshift est fixée pour un modèle cosmologique donné.

Deux équipes sont alors formées pour recenser ces évènements et en déduire les paramètres de densité de notre Univers : la High-Z Supernovae search team menée par Brian Schimdt et la Supernova Cosmology Project menée par Saul Perlmutter. En 1998, les deux projets font part de leurs résultats [37] [38], après étude d'une quarantaine de SN Ia. Ils parviennent ainsi à contraindre :

— La constante de Hubble (p. 154)
— La densité de matière froide Ω_m
— La densité d'énergie du vide Ω_Λ (équivalant à un terme de constante cosmologique (p. 152))

1. La pression de dégénérescence d'un gaz d'électron est la pression de ces électrons du au principe d'exclusion de Pauli qui en interdisant deux fermions d'être dans le même état quantique entraine que pour une pression donnée la densité d'électrons ne peut dépasser une certaine valeur.

— Le paramètre de décélération (p. 158) $q_0 = -\dot{H}_0/H_0^2 - 1$
— L'âge de l'Univers

La conclusion est alors que l'Univers est incompatible avec une absence d'énergie du vide ou une constante cosmologique (p. 152) nulle. Dans un Univers plat, les données indiquent $\Omega_m = 0,24$ et $\Omega_\Lambda = 0,76$ (L'Univers serait dominé par l' énergie du vide (p. 152) !) et que le paramètre de décélération (p. 158) q est strictement négatif. L'expansion de l'Univers accélère !

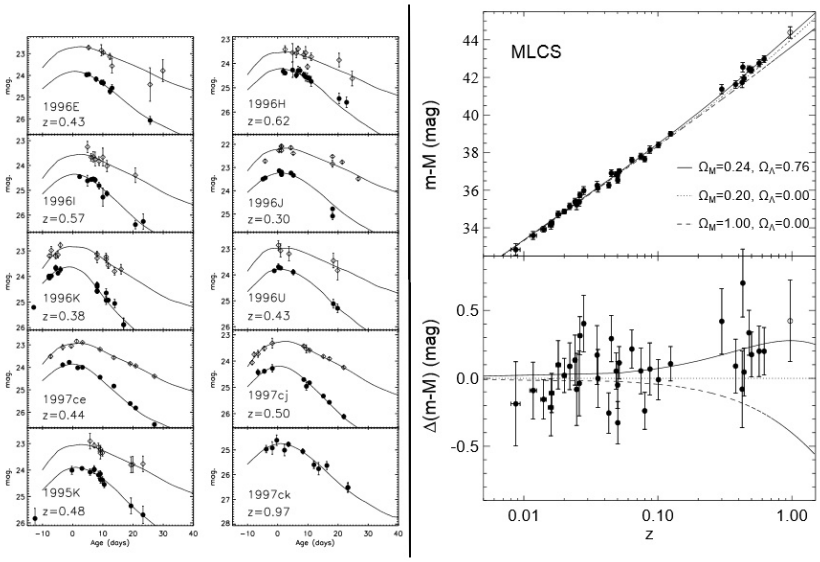


FIGURE 15.1 – **Courbes de luminosité de quelques supernovae et fit de la relation distance de luminosité-redshift**. La gauche de la figure montre les courbes de luminosité de 10 supernovae Ia, dans deux bandes différentes, en fonction du temps. La forme de la courbe est utilisée pour affiner l'estimation de la luminosité maximale. La courbe de droite représente la relation distance de luminosité (p. 144) -redshift observée, confrontée à plusieurs modèles cosmologiques. Le meilleur fit correspond à $(\Omega_m = 0,24, \Omega_\Lambda = 0,76)$ pour un Univers plat. $(\Omega_m = 1, \Omega_\Lambda = 0)$ (Univers plat et sans constante cosmologique (p. 152) , conforme au modèle $S - CDM$) est exclus. Ces figures sont tirées de [37].

Cette découverte majeure est récompensée en 2011 par l'attribution du prix Nobel à Saul Perlmutter, Brian P. Schmidt et Adam G. Riess.

En 1998 toujours, Dragan Huterer et Michael S. Turner introduisent le terme d'"énergie noire" (dark energy) (en référence à la matière noire) pour désigner la forme d'énergie du vide invisible équivalente à une constante cosmologique (p. 152) [39].

Chapitre 16

Missions WMAP et Planck, tests du modèle ΛCDM

— **2001** : Lancement de la mission WMAP qui doit mesurer avec une haute précision la carte du fond diffus cosmologique.
— **2015** : Les résultats de l'expérience Planck sur le fond diffus cosmologique permettent d'améliorer la précision sur la connaissance des paramètres cosmologiques.

16.1 Modèle standard de la cosmologie : le modèle ΛCDM

L'expérience COBE qui a accompli ses objectifs a été un grand succès, mais il y a encore beaucoup de marge pour des expériences de meilleures précisions.

Par ailleurs, les récents développements, comme la découverte de l'accélération de l'Univers, et la mise au point de théories inflationnaires, suggèrent un modèle cosmologique standard appelé modèle ΛCDM (p. 151) . Ce modèle suppose que l'Univers est aujourd'hui exclusivement constitué (à l'exception du rayonnement du fond diffus cosmologique) de matière froide ($P = 0$) et d' énergie du vide (p. 152) (d'équation d'état $P = -\rho$), en proportions telles que l'Univers soit plat.

Paramètre	**Notation**	**Description**
Âge de l'Univers	t_0	Temps écoulé depuis la singularité du Big-Bang.
Paramètre de densité baryonique	$\Omega_b h^2$	Paramètre de densité de baryons (matière ordinaire), d'équation d'état $P = 0$.
Paramètre de densité de matière noire	$\Omega_{dm} h^2$	Paramètre de densité de la matière noire, d'équation d'état $P = 0$.
Amplitude des fluctuations primordiales de courbure	ΔR^2	Amplitude des fluctutions primordiales de la courbure scalaire.
Indice spectral scalaire	n_s	Les fluctuations primordiales de densité sont définies comme $\delta(x) = (\rho(x) - \bar{\rho})/\bar{\rho}$. Les modèles d'inflation prédisent que leur composantes de fourier vérifient : $$\langle \delta_k \delta_{k'} \rangle \propto \frac{2\pi}{k^3} \delta(k-k') \left(\frac{k}{k_0} \right)^{n_s - 1} \quad (16.1)$$ Un indice n_s égal à 1 signifie que les fluctuations ont un spectre identique à toute échelle ("scale invariance").

Épaisseur optique à la réionisation (p. 180) .	τ	L'épaisseur optique fait référence au taux d'absorption des photons du CMB entre leur émission et un instant donné au cours de l'expansion. Ce taux d'absorption augmente avec la distance parcourue par les photons du fond diffus cosmologique (p. 167) et donc avec le temps. La valeur de l'épaisseur optique de réionisation renseigne donc sur l'instant où celle-ci est survenue. Ce paramètre affecte naturellement l'aspect du CMB (p. 167) , et est laissé libre dans le modèle.

Des expériences plus précises que COBE sont capables de comparer les données d'observations du fond diffus cosmologique et de les comparer aux résultats attendu pour un jeu de ces paramètres. Cela permet de les mesurer via ces observations, et bien sûr de vérifier la validité du modèle ΛCDM (p. 151) . C'est l'objectif de la mission WMAP.

16.2 L'expérience WMAP

En 2001, le satellite WMAP, pour une mission organisée par la NASA, (Wilkinson Microwave Anisotropy Probe) est lancé et mis sur obite au point de Lagrange L2, à environ 1,5 million de kilomètres de la Terre. Ce satellite utilise des radiomètres différentiels pour mesurer les différences d'intensité du flux électromagnétique entre deux directions angulaires sur 5 bandes de

fréquences comprises entre 22 et 90 GHz. Ceux-ci réalisent des mesures dans deux directions de polarisation différentes. Le diamètre des réflecteurs employés est d'environ 1,5 m. L'appareil est capable de mesurer des différences de température à une précision de 20 μK et avec une résolution angulaire comprise entre 0,2° et 1° selon la longueur d'onde observée. La prise de données dure 9 ans, jusqu'en 2010, et fournit les cartes de température du fond diffus cosmologique (p. 167) les plus précises alors. Une description très complète de l'expérience est disponible à l'adresse http://map.gsfc.nasa.gov/mission/.

La carte finale est représentée sur la figure suivante

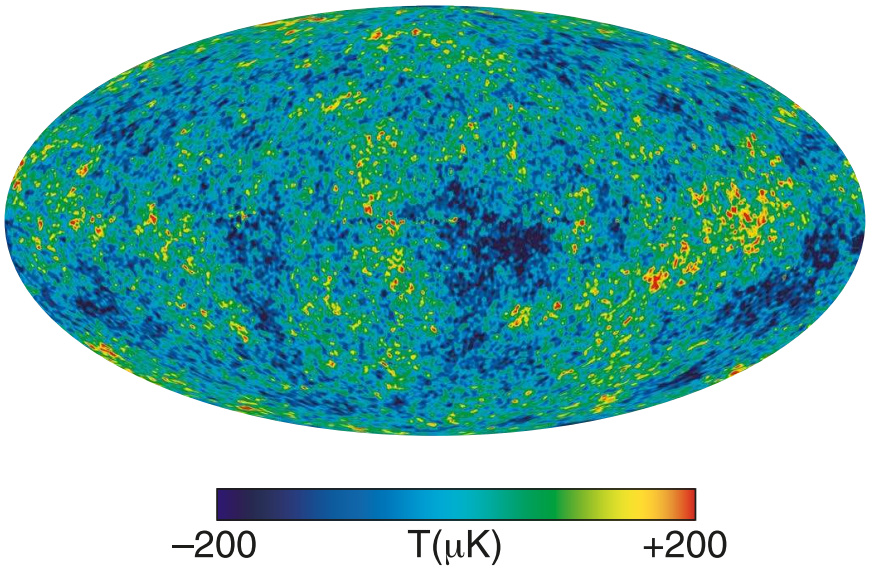


FIGURE 16.1 – **Carte de température du fond diffus cosmologique par WMAP**. Carte de température du fond diffus cosmologique (p. 167) par WMAP, après 9 ans de collecte de données [40].

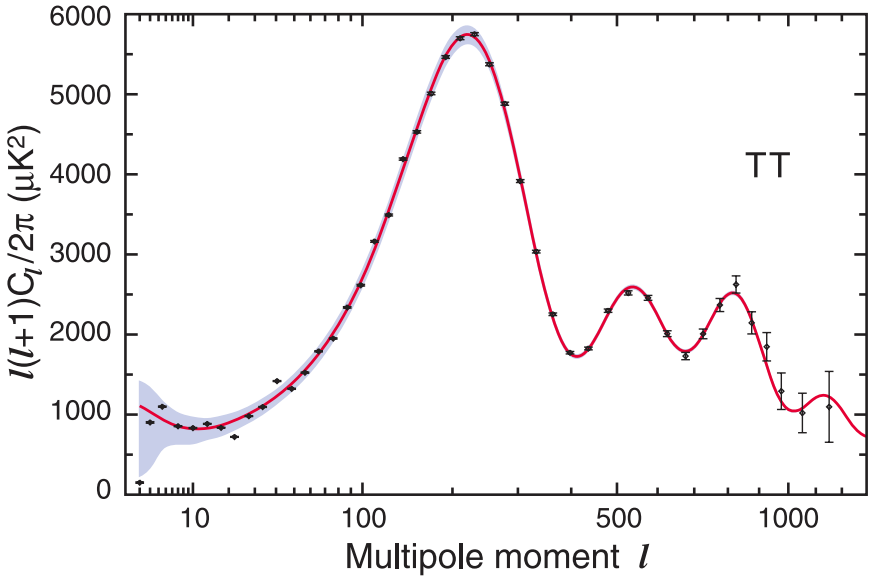


FIGURE 16.2 – **Spectre de puissance du fond diffus cosmologique relevé par WMAP et modèle standard**. Comparaison entre le spectre de puissance du fond diffus cosmologique (p. 167) mesuré par WMAP et la courbe théorique correspondant au jeu de paramètres du modèle standard de la cosmologie (ΛCDM)donnant le meilleur accord [40]. Cela permet une mesure simultanée de nombreux paramètres cosmologiques, et montrer l'accord excellent entre observation et modèle théorique.

L'accord entre modèle et observation est plus que satisfaisant. Les mesures des paramètres cosmologiques fournies par WMAP sont par ailleurs les plus précises à ce jour.

WMAP Cosmological Parameters Model: lcdm Data: wmap9			
$10^9\Delta^2_{\mathcal{R}}$	2.41 ± 0.10	H_0	70.0 ± 2.2 km/s/Mpc
$\ell(\ell+1)C_{220}/(2\pi)$	$5746 \pm 35\ \mu\mathrm{K}^2$	$d_A(z_{\mathrm{eq}})$	14194 ± 117 Mpc
$d_A(z_*)$	14029 ± 119 Mpc	$D_v(z=0.57)/r_s(z_d)$	13.28 ± 0.31
η	$(6.19 \pm 0.14) \times 10^{-10}$	k_{eq}	0.00996 ± 0.00032
ℓ_{eq}	139.7 ± 3.5	ℓ_*	302.35 ± 0.65
n_b	$(2.542 \pm 0.056) \times 10^{-7}$ cm^{-3}	n_s	0.972 ± 0.013
Ω_b	0.0463 ± 0.0024	$\Omega_b h^2$	0.02264 ± 0.00050
Ω_c	0.233 ± 0.023	$\Omega_c h^2$	0.1138 ± 0.0045
Ω_Λ	0.721 ± 0.025	Ω_m	0.279 ± 0.025
$\Omega_m h^2$	0.1364 ± 0.0044	$r_s(z_d)$	152.3 ± 1.3 Mpc
$r_s(z_d)/D_v(z=0.106)$	0.346 ± 0.012	$r_s(z_d)/D_v(z=0.2)$	0.1889 ± 0.0060
$r_s(z_d)/D_v(z=0.35)$	0.1135 ± 0.0032	$r_s(z_d)/D_v(z=0.44)$	0.0932 ± 0.0024
$r_s(z_d)/D_v(z=0.54)$	0.0787 ± 0.0019	$r_s(z_d)/D_v(z=0.57)$	$0.0753^{+0.0017}_{-0.0018}$
$r_s(z_d)/D_v(z=0.6)$	0.0724 ± 0.0016	$r_s(z_d)/D_v(z=0.73)$	0.0624 ± 0.0013
$r_s(z_*)$	145.8 ± 1.2	R	1.728 ± 0.016
σ_8	0.821 ± 0.023	$\sigma_8\Omega_m^{0.5}$	0.434 ± 0.029
$\sigma_8\Omega_m^{0.6}$	0.382 ± 0.029	A_{SZ}	< 2.0 (95% CL)
t_0	13.74 ± 0.11 Gyr	τ	0.089 ± 0.014
θ_*	0.010391 ± 0.000022	θ_*	0.5953 ± 0.0013 °
τ_{rec}	283.9 ± 2.4	t_{reion}	453^{+63}_{-64} Myr
t_*	376371^{+4115}_{-4111} yr	z_d	1020.7 ± 1.1
z_{eq}	3265^{+106}_{-105}	z_{rec}	1088.16 ± 0.79
z_{reion}	10.6 ± 1.1	z_*	$1090.97^{+0.85}_{-0.86}$

FIGURE 16.3 – **Mesure des paramètres cosmologiques par WMAP**. Après 9 ans de prise de données, WMAP réalise des mesures simultanées de haute précision des paramètres du modèle ΛCDM (p. 151) et de paramètres dérivés.

Les hypothèses de départ sont très bien vérifiées. En particulier, la platitude de l'Univers est confirmée à 0,4

16.3 L'expérience Planck

L'expérience Planck, organisée par l'agence spatiale européenne, vise à confirmer les résultats de WMAP et améliorer encore leur précision. Lancé en 2009 à Kourou, le satellite Planck a collecté des données jusqu'en 2013, avec une extrême précision. Il est constitué de deux appareils de mesures principaux, le

premier étant le Low Frequency Instrument mesurant l'intensité électromagnétique à des fréquences similaires à celles détectées par COBE et WMAP (30, 44 et 70 GHz) et un instrument haute fréquence (6 fréquences entre 100 et 857 GHz). Pour atteindre le degré de précision requis, certains appareils sont refroidis à une température de 0,1 K. La précision angulaire est comprise entre 0,1° et 0.5° selon la fréquence d'observation.

La mission est un grand succès et les résultats sont les plus précis à ce jour. Ils exploitent toute l'information cosmologique contenue dans le spectre de puissance du fond diffus cosmologique (p. 167) disponible à 'bas' multipôles (erreur systématique inférieure à la variance cosmique).

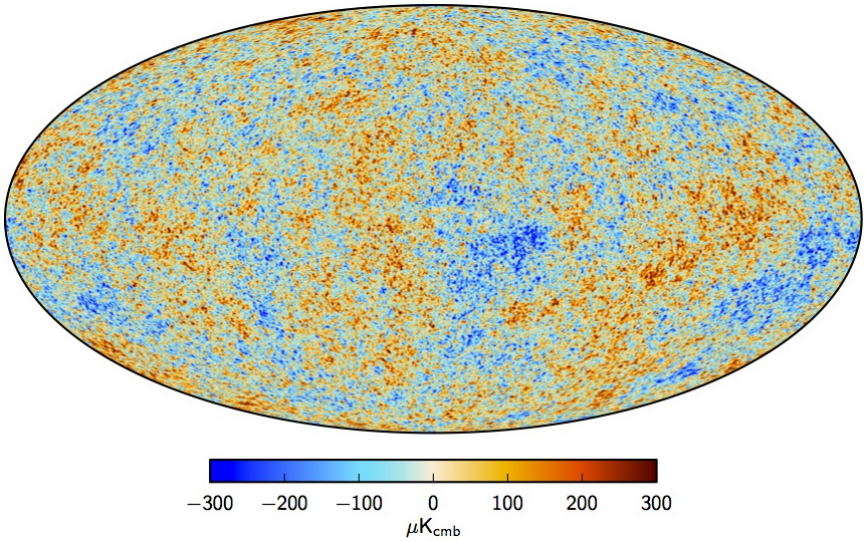


FIGURE 16.4 – **Carte finale des anisotropies du fond diffus cosmologique par Planck**. [41]

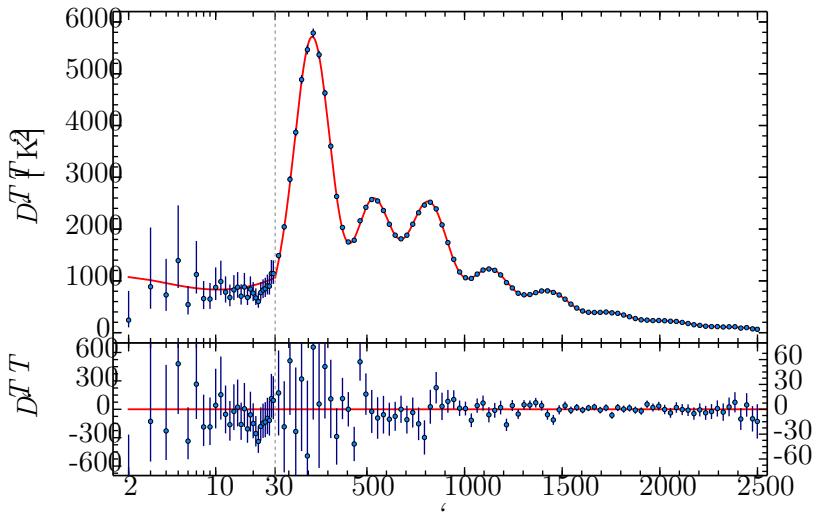


FIGURE 16.5 – **Spectre de puissance du fond diffus cosmologique comparé au modèle ΛCDM**. [42]

Chapitre 17

Oscillations acoustiques des baryons et première détection du pic

— **2005** : Première détection du pic acoustique de baryons

[43] [44]

Chapitre 18

Recherche de la matière noire

— **Aujourd'hui** : Rercherche de la matière noire

18.1 Les traces de la matière noire

Aujourd'hui, nombreuses sont les observations qui révèlent par le biais de la gravitation la présence d'une quantité importante de matière invisible.

— **Courbes de rotation des galaxies** : La distribution des vitesses observée au sein des galaxies indique une présence de masse significativement plus importante que celle estimée à partir des ondes électromagnétiques qu'elles émettent ("lumière"), et s'étendant aux-delà des bords visibles.
— **Densité de matière froide de l'Univers** : Les observations cosmologiques et la structure de l'Univers révèlent que parmi la matière "froide" (non relativiste) qui compose l'Univers, un peu moins de 20
— **Effet de lentille gravitationnelle (p. 208)** : Des rayons lumineux passant près d'une masse importante sont déviés. Cet effet dit de " lentille gravitationnelle (p. 208) " permet donc de déceler la présence de matière même si celle-ci est invisible directement (voir image ci-contre).
— **Matière froide et matière baryonique** : Bien que nombreuses et complexes, les réactions nucléaires quit ont eu lieu alors que la température de l'Univers était de l'ordre de 0,1 MeV qui ont conduit

à la formation des éléments légers (Deutérium, Hélium) peuvent être résolues numériquement. On trouve alors que pour être en accord avec les observations expérimentales, la densité de matière baryonique Ω_B doit être inférieure à $0,04$ ($\rho_B \sim 4 \times 10^{-27}\text{kg.m}^{-3}$) [45]. Ceci ne représente que 4 % de la densité critique (p. 143) [1], en accord avec d'autres estimations obtenue à l'aide de la mesure des anisotropies du fond diffus cosmologique par exemple. Pourtant, la matière "froide" doit représenter environ 30% de la densité critique (p. 143) d'après de nombreuses mesures indépendantes.

18.2 Candidats pour la matière noire

Les théories proposées pour expliquer l'origine de la matière noire sont nombreuses. La liste suivante n'est pas exhaustive mais regroupe certaines des suggestions suscitant ou ayant suscité le plus d'attention, afin d'illustrer la variété des alternatives. De façon générale, les différents candidats se classent en plusieurs catégories, qui sont la matière noire chaude, tiède et froide. La matière noire chaude fait référence à des particules relativistes ($P/\rho \to 1/3$) et la matière froide à des particules non relativistes ($P \to 0$). Les neutrinos (p. 202) sont de bons candidats à la matière noire chaude, dont l'existence est déjà démontrée. Il est en effet difficile de connaître précisément leur abondance dans l'Univers. Cependant, la formation des structures et les paramètres cosmologiques décrivant le mieux l'évolution de l'Univers nécessitent une part importante de matière noire froide, et c'est sous cette forme que sont la plupart des candidats. Il existe également des candidats impliquant une modification de la gravitation, comme MOND ou les théories $f(R)$.

18.2.1 WIMPs

Il a été proposé que la matière noire soit principalement constituée de particules massives interagissant faiblement (Weakly Interacting Massive Particles, WIMP). Ces particules auraient été formées à l'époque où l'Univers était suffisamment chaud. Un équilibre thermique entre annihilation de paire de WIMP et leur formation aurait imposé leur densité jusqu'à ce que celle-ci devienne trop faible pour que la réaction d'annihilation se produise : leur

1. densité de fermeture

quantité demeure alors constante ("freeze-out"). Les WIMP sont attendues à l'échelle électrofaible ($\sim$ TeV), et pourraient donc être expliquées par des théories de type SUSY (p. 211) . Leur masse est en effet bornée par une limite supérieure : des particules très massives ($>$ 100 TeV) seraient trop stables et présentes en trop large quantité aujourd'hui par rapport à celle de matière noire.

Cependant, si le freeze-out intervient hors-équilibre, cette contrainte sur la masse est levée. Il a donc été proposé que la matière noire soit en fait des WIMP (p. 211) très massifs appelés WIMP (p. 211) ZILLAS.

La recherche de WIMP peut se faire de façon indirecte dans des accélérateurs (voir l'annexe sur ATLAS (p. 160) pour des explications détaillées), ou en observant le rayonnement cosmique (Fermi, AMS, ...). Elle peut aussi se faire de façon directe en mesurant la diffusion de matière noire par de la matière ordinaire, dans de gros réseaux cristallins à basse température en profondeur (exemple : LUX)

18.2.2 Axions

Bien que leur existence n'ait pas été initialement suggérée en réponse au problème de la matière noire, mais en réalité pour résoudre le problème CP fort, les axions seraient un bon candidat pour la matière noire. Ils seraient a priori très peu massifs ($m <$ eV) mais feraient intervenir un champ scalaire de pression nulle, et donc seraient équivalent à de la matière froide, là où les neutrinos (p. 202) ultrarelativistes ne sont que de bons candidats pour la matière noire chaude. Leur prédiction repose sur le fait que selon le modèle standard, le neutron possède un moment dipolaire électrique d_n non nul, proportionnel à un paramètre sans dimension noté $\bar{\theta}$. La mesure de d_n est obtenue en comparant la fréquence de précession de Larmor de neutrons plongés dans un des champs (E,B) parallèles ou de sens opposés. La valeur ainsi obtenue donne $\bar{\theta} < 10^{-10}$. Cette valeur étant très faible, Roberto Peccei et Helen Quinn ont suggéré en 1977 [46] qu'il puisse prendre son origine dans un champ scalaire (le champ d'axion) associé à une nouvelle symétrie $U(1)$. Le paramètre $\bar{\theta}$ serait proportionnel à la valeur moyenne de ce champ qui tendrait vers 0, et dont l'équation d'état serait celle d'un condensat de pression nulle, donc équivalent à de la matière noire froide. Le couplage des axions (p. 217) avec la matière entraîne des prédictions testables, notamment dans des processus stellaires [47].

18.2.3 MACHOs

Les MACHOs ("Massive Astrophysical Compact Halo Object") sont des objets massifs compacts émettant très peu de rayonnement proposés pour expliquer la matière noire. Ils pourraient être des naines brunes, des trous noirs, ou des planètes interstellaires situés dans le Halo galactique. Leur dénomination est un clin d'oeil aux WIMPs (ou l'inverse), "wimp" signifiant mauviette en anglais. Leur recherche repose notamment sur l'effet de micro lentille gravitationnelle (p. 208) .

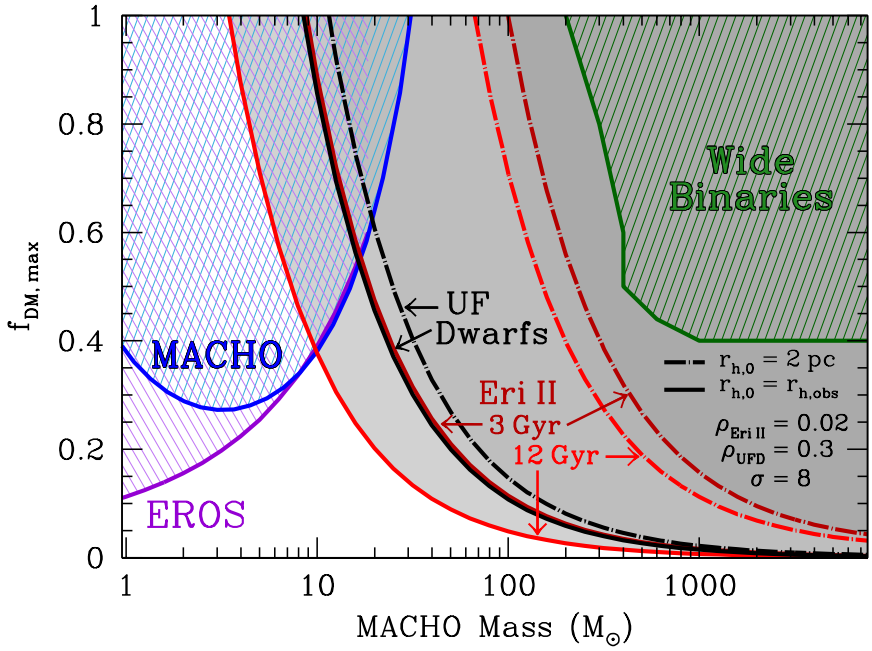


FIGURE 18.1 – **Limites sur la fraction de matière noire explicable par les MACHOs.**. Limites supérieures sur la portion de matière noire ($f = \Omega_{MACHOs}/\Omega_{DM}$) pouvant être contenue sous forme de MACHOs, et l'origine de ces limites. Source : [48]

18.3 Trous noirs primordiaux

Les trous noirs primordiaux sont des trous noirs qui se seraient formés au début du Big-Bang et constituent un type spécifique de MACHO. Encore

non observés, ils demeurent cependant un éventuel candidat pour la matière noire. Un mécanisme de formation possible est l'effondrement de fluctuations de densité de l'ordre de la distance d'Horizon à l'époque de formation, antérieure à la nucléosynthèse primordiale. Une autre est la fusion et l'effondrement de "bulles de vide" formées lors d'une transition de premier ordre d'un champ d'un équilibre métastable (un "faux-vide" avec une énergie moyenne > 0) et le "vrai-vide" (état stable d'énergie nulle). Le processus de formation détermine la distribution de leur masse attendue notée M_{PBH}, qui peut s'étaler sur un très grand spectre a priori. Des trous noirs primordiaux de masse M_{PBH} inférieure à $\sim 10^{-16} M_{\odot}$ se seraient déjà évaporés, un intervalle de plusieurs dizaines d'ordre de grandeurs au-dessus de ce seuil est encore permis. En raison de l'importance de cet intervalle des techniques très différentes sont employées pour en contraindre des régions particulières. L'état de la recherche sur le sujet est représenté par la figure suivante :

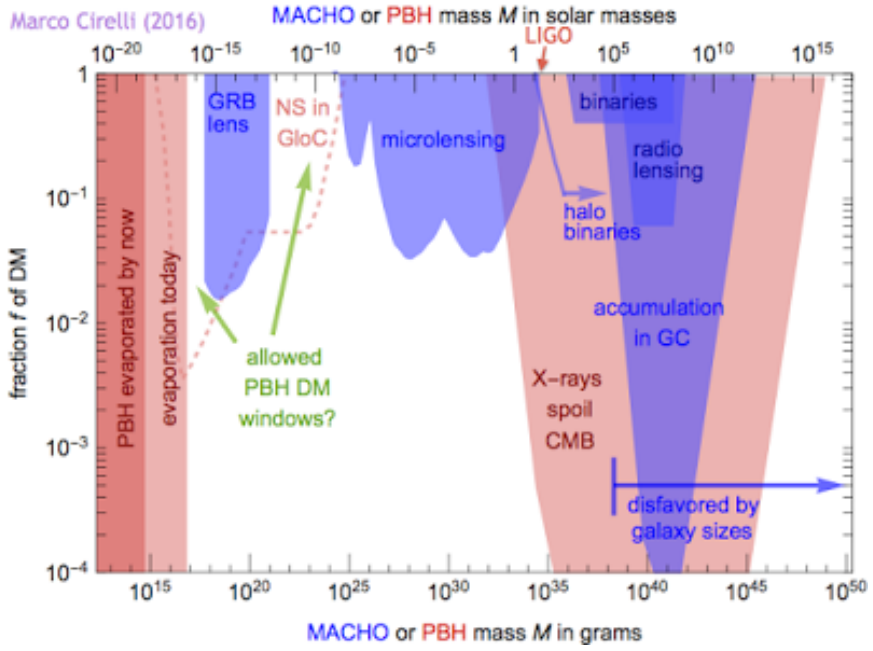


FIGURE 18.2 – **Contraintes actuelles sur les trous-noirs primordiaux.**. La figure montre l'état des limites supérieures sur la portion de matière noire ($f = \Omega_{PBH}/\Omega_{DM}$) pouvant être contenue sous forme de trous noirs primordiaux d'une masse M_{PBH} donnée, et la technique ayant conduit à ces limites.

D'après ces résultats, seules deux fenêtres sont autorisées, privilégiant des trous noirs "légers". Cependant les résultats obtenus par étude de l'impact des rayons X émis lors de l'accrétion de matière par des trous noirs primordiaux sur le fond diffus cosmologique (p. 167) sont contestés, et l'intervalle aux alentours de plusieurs dizaines de masses solaires n'est pas tout-à-fait exclu. Il a même été suggéré que les deux fusions de trous noirs observées par LIGO en 2015 pourraient en être, auquel cas, l'augmentation en sensibilité des détecteurs LIGO et VIRGO pourraient permettre de découvrir si en effet des trous noirs primordiaux dans cet intervalle expliquent une portion de la matière noire ou d'obtenir de nouvelles limites dans le cas contraire.

18.3.1 Gravité $f(R)$

La Relativité Générale est contenue dans l'action d'Hilbert-Einstein de forme :

$$S = \int \frac{c^4}{16\pi G} f(R)\sqrt{-g}d^4x \tag{18.1}$$

Les équations du mouvements (équation d'Einstein) s'obtiennent alors par application du principe de moindre action, avec $f(R) = R$. L'idée des théories $f(R)$ est d'utiliser une fonction différente pour f, par exemple $f(R) = R - \alpha R^2$. Ces modifications pourraient avoir un effet semblable à la présence de matière noire en relativité générale [49], [50]. Bien que de nombreuses motivations théoriques existent, ces modèles ne peuvent expliquer de fraction significative de la matière noire sans introduire d'effets incompatibles avec les observations. Ces modèles ont beaucoup de mal à se conformer aux observations des anisotropies du rayonnement fossile (p. 167) par exemple.

18.3.2 MOND (MOdified Newtonian Dynamics)

Une des observations à l'origine du problème de la "matière noire" est celle de la courbe de rotation des galaxies et notamment les travaux Vera Rubin à la fin des années 1970. Ces courbes indiquent une vitesse "trop rapide" à distance du centre des galaxies, avec une courbe de vitesse en "plateau" alors qu'elles devraient diminuer comme $1/\sqrt{r}$ loin du centre. ($v \sim \sqrt{\frac{GM}{r}}$ loin des zones de forte densité). En 1983, Mordehai Milgrom montre qu'une modification du principe fondamental de la dynamique ($F = ma$) permettrait

de résoudre ce problème [51]. Il suggère de la réécrire comme :

$$\vec{F} = \mu(a/a_0)m\vec{a} \tag{18.2}$$

Où a_0 est une nouvelle constante qui doit être ajustée aux données et μ une fonction proche de 1 lorsque $a/a_0 \gg 1$ et proche de l'identité lorsque $a/a_0 \ll 1$. Dans ce cas, elle se réécrit alors :

$$\vec{F} \simeq a/a_0 m\vec{a} \tag{18.3}$$

La vitesse à large distance du centre galactique d'une masse test m est alors donnée par :

$$\frac{GMm}{r^2} \simeq \mu(v^2/r/a_0)m\frac{v^2}{r} \tag{18.4}$$

En effet, $a = v^2/r$ pour un mouvement circulaire uniformément accéléré. Dans le cas où cette accélération est faible (loin du centre) on trouve :

$$v \simeq (a_0 GM)^{1/4} \tag{18.5}$$

Ceci ne dépend pas de r et expliquerait le plateau observé par Vera Rubin sur le tracé de $r \mapsto v(r)$. Un bon accord avec les courbes de rotation est trouvé pour $a_0 \sim 10^{-10}$ cm.s^{-2}. Cette valeur est intriguante car du même ordre de grandeur que cH_0. MOND est parfois formulé en terme de modification de la gravité, avec une décroissance en $1/r$ plutôt que $1/r^2$ à large distance.

La théorie MOND a évolué et des versions relativistes existent [52] dont TeVeS, proposée par Bekenstein [53]. Des observations récentes portées sur 153 galaxies semblent encourager cette hypothèse plutôt que celle d'une masse manquante ("Radial acceleration relation in rotationally supported galaxies"). MOND est en revanche très peu attrayante d'un point de vue théorique et échoue à l'échelle des clusters de galaxie.

18.4 Interviews

18.4.1 Martin White

Martin White. Physicien actuellement en poste à l'université d'Adélaïde, Martin White est impliqué dans plusieurs domaines de recherche, comme la phénoménologie en physique des particules et la recherche de traces de supersymmétrie pour l'expérience ATLAS ainsi que de l'astrophysique des particules en tant que membre de la collaboration CTA. Il nous parle de son rôle au sein de ses expériences, ainsi que du projet GAMBIT.

LG : Pouvez-vous nous décrire rapidement votre carrière académique et vos thématiques de recherche actuelles ?

MW : Oui, j'ai donc passé mon master à Cambridge au Royaume-Uni, puis j'y ai fait ma thèse sur l'expérience ATLAS tout en faisant de la phénoménologie, c'est-à-dire à l'interface entre théorie et expérience, en dehors d'ATLAS. Puis je suis resté à Cambridge pour des post-docs jusqu'à partir pour Melbourne et maintenant je suis à Adélaïde en tant que maître de conférences en physique et je passe actuellement le plus clair de mon temps à faire de la recherche. Mes thématiques de recherche comprennent, la recherche de nouvelles particules au sein de l'expérience ATLAS, et des choses plus théoriques concernant la matière noire et la physique des particules.

LG : D'après le site de l'université d'Adélaïde, vous êtes à la fois membre des collaborations ATLAS et CTA ?

MW : Oui, en réalité je n'ai rien fait d'utile pour CTA pour le moment (rires) mais je suis techniquement bien un membre de la collaboration, et à ce titre nous avons reçu de l'argent et nous l'avons dépensé sur des composants du télescope. Pour le moment, nous sommes en train de nous organiser pour la suite, et j'ai profité de ma venue à Paris pour parler avec Agnieszka qui un membre important de HESS puisqu'elle a dirigé la recherche de matière noire au sein de cette expérience quelque temps, et lui demander ce qu'elle faisait pour CTA, et elle m'a répondu qu'elle n'avait rien fait d'utile non plus pour le moment (rires) et nous espérons nous impliquer davantage dans les années qui viennent.

LG : Pouvez-vous en dire plus sur votre implication dans ATLAS ?

MW : Dans le passé j'ai travaillé sur le code du trajectographe à semi-conducteurs [...], donc j'étais au plein cœur de l'as-

pect expérimental, et ces dernières années j'ai surtout participé à des recherches de nouvelles particules et plus particulièrement de particules supersymétriques et du super-partenaire du quark top (le stop), qui est très important à trouver. J'ai également conduit une autre recherche de SUSY avec mes collègues dans le canal à 0 leptons, à la recherche de squarks et de gluinos au cas où ils se manifesteraient ainsi. Finalement, je travaille également sur l'analyse diphoton avec tes collègues à Paris et particulièrement sur la modélisation du signal et des considérations théoriques. La plupart de mon travaille tend à appliquer la théorie pour ATLAS plutôt qu'à travailler sur l'expérimental pur et dur.

LG : Par ailleurs vous travaillez sur un projet dont la première sortie publique est prévue pour cet été ?

MW : Oui, c'est de GAMBIT dont tu veux parler je pense, donc oui ce n'est pas toujours pas public, nous cherchons encore à corriger des bugs, nous avions d'ailleurs une importante réunion à ce sujet la nuit dernière, mais oui, cela représente la plupart de mon travaille ces jours et c'est une grosse équipe d'environ 30 personnes dans des domaines qui s'étendent de la physique des particules à la cosmologie en passant par l'astrophysique. L'objectif principal est en fait de combiner toutes les données apportées par toutes sortes d'expériences et d'appliquer des théories quantiques des champs décrivant la physique des particules et la matière noire pour les confronter et déterminer quelles théories sont correctes ou rejetées. C'est très utile quand on obtient des résultats positifs parce que c'est la seule façon dont on sera capable de déterminer quelle est la prochaine bonne théorie, mais c'est aussi utile pour concevoir de nouvelles expériences, puisque cela permet d'exploiter des résultats négatifs pour rejeter plein de théories et nous amener vers d'autres théories vers lesquelles concentrer nos prochaines recherches.

LG : Vous dites que ce projet peut aider à concevoir de nouvelles expériences puisqu'il permet de définir quel espace des paramètres d'une théorie doit être sondé ; est-ce qu'il peut aussi aider à déterminer quelles théories sont falsifiables si aucune expérience réaliste ne permet de tester la plupart de leur domaine de prédiction ?

MW : Je pense que la réponse courte est : pour certaines théories oui, pour d'autres non. Quelque chose comme la supersymétrie par exemple pourrait toujours échapper à une détection

au LHC, et on peut écrire des théories qu'on ne pourrait pas tester pour une raison ou une autre. Il y a d'autres exemples, par exemple, de façon générale la matière noire doit être faiblement produite, donc on pourrait très bien la manquer au LHC. Dans le cas de résultats positifs, il est très clair que cela permet de rejeter des théories presque immédiatement. Par exemple, si l'excès dans le canal diphoton avait été confirmé cela aurait exclu tous les scénarios avec deux doublets de Higgs. On n'aurait pas pu avoir de scénario avec un doublet de Higgs supplémentaire et rien d'autre, ce qui est une idée très populaire, parce qu'alors il aurait été impossible d'expliquer la taille du signal. Similairement, la découverte du premier boson de Higgs aurait pu rejeter la plus simple forme de supersymétrie immédiatement, si le boson de Higgs avait été plus lourd. Si sa masse était de 150 GeV au lieu de 125 GeV, cela aurait été trop pour le MSSM (Minimal Super-Symmetric Model). Donc, il est clair qu'en fonction de ce que les données nous diront certaines théories pourront être jetées à la poubelle quasi-directement. Et pour le reste, c'est en gros un catalogue d'efforts à effectuer pour les rechercher en regardant dans les données pour voir si elles sont déjà exclues. Dans certains cas cela pourrait être plus flou, quand par exemple il est difficile de trouver suffisamment de situations dans un modèle qui décrivent bien les données, et donc ce n'est pas techniquement exclu, mais c'est très défavorable en regard de ce que l'on aurait tendance à considérer.

LG : A la lumière des résultats pour l'instant négatifs au LHC, pensez-vous qu'il y a toujours espoir de voir quelque chose de nouveau dans le futur grâce à des accélérateurs de particules ?

MW : J'aurais tendance à dire qu'il y a deux réponses possibles. En ce qui concerne la matière noire, il se pourrait qu'elle ne se couple simplement pas très fortement aux quarks, et si c'est le cas nous ne la détecterons jamais directement et nous ne la verrons jamais au LHC. Il se pourrait aussi, de façon plus optimiste, que le couplage au quark n'est pas si faible et que nous n'avons simplement pas encore atteint les performances nécessaires. Si on regarde les limites génériques sur la matière noire au LHC, elles sont relativement faibles en réalité, en particulier si sa masse était de l'ordre de 500 ou 600 GeV on ne l'aurait pas encore vue. Dans le cadre de la supersymétrie, il n'y a en réalité aucune limite sur la masse des particules fixée par la combinai-

son de toutes les recherches menées, et c'est évidemment quelque chose que nous essayons de quantifier en détail avec GAMBIT. Dans tous les cas je ne suis pas du tout inquiet que l'absence de découverte signifierait qu'il n'y a rien à trouver. Je suis en réalité plutôt optimiste et ne serais pas surpris que l'on trouve quelque chose de nouveau au LHC d'ici un ou deux ans.

LG : Quelle expérience à venir vous excite le plus ?

MW : Je dirais que je suis plutôt excité par CTA, parce qu'en termes de matière noire, la seule façon de trancher sur la question de savoir si la matière noire est bien un WIMP ou non est de rechercher des signes de détection directe et de telles signatures pourraient se trouver dans de nombreux états finaux dans CTA. Donc, je pense que cela va apporter plein de bonnes choses dans les prochaines années. Il y a de nombreuses expériences de détection directe qui vont devenir très sensibles. Il y a aussi des choses totalement déconnectées du LHC telles que ce que peuvent apporter l'astronomie des ondes gravitationnelles ou des neutrinos dans la prochaine dizaine d'années, qui sont deux nouveaux domaines de la science expérimentale qui viennent de débuter, et les découvertes d'aujourd'hui seront les méthodes de demain, qui nous permettront de faire des choses extraordinaires en physique.

LG : Pourtant nombreux sont ceux qui sont inquiets depuis la déception causée par l'absence de confirmation de l'excès à 750 GeV, alors que je pense que cette année (2016) a été excellente pour la physique en général, avec les deux premières annonces de détection d'ondes gravitationnelle et les résultats prometteurs sur la physique des neutrinos.

MW : Je pense que même l'histoire de l'excès diphoton a été une superbe expérience parce qu'elle a fait éclore beaucoup d'idées auxquelles on ne pensait pas avant. Donc tu sais évidemment que j'ai commencé à travailler dessus et que c'est ainsi que nous nous sommes rencontrés à Paris et j'étais impliqué dans toutes sortes de calculs d'interférences dans le but d'améliorer les recherches de résonances d'une façon qui aurait vraiment dû être faite des années auparavant pour qui souhaitait vraiment trouver des choses, il est clair que les formes que l'on recherchait pouvaient être complètement différentes, et il nous faut donc de nouvelles façons de gérer cet aspect pour généraliser les recherches. Par ailleurs j'ai toujours dit que pour moi c'est la première année

du LHC, cela semble très étrange après la découverte du boson de Higgs il y a quatre ans, mais si on regarde le cahier des charges d'ATLAS, il est écrit que le LHC devait délivrer 30 fb^{-1} de données sa première année à une énergie de centre de masse de 14 TeV, et nous ne sommes pas tout à fait à cette énergie mais nous sommes tous proches, et c'est aussi la première année durant laquelle nous allons enregistrer autant de données. Donc pour moi c'est le vrai LHC que nous voyons enfin cette année. Nous avons eu jusque-là en quelque sorte une "moitié" de LHC et il pourrait y avoir toute sorte de choses qui se cachent dans les données déjà collectées. En premier nous regardons les recherches rapides qu'on peut faire a priori mais par la suite nous serons plus malins et nous analyserons beaucoup plus efficacement les nouvelles données qui seront prises dans les prochaines années : il est tout à fait acceptable de ne rien avoir vu aujourd'hui, il pourrait y avoir beaucoup de choses que nous avons ratées.

LG : C'est quelque chose qui m'a beaucoup surpris en travaillant pour ATLAS, à savoir le fait qu'autant de gens et de temps soit nécessaires à une analyse spécifique telle que la recherche diphoton, et il me semble qu'ainsi on manque une partie du potentiel de découverte avec toutes ces données et seulement quelques analyses parce qu'elles sont si difficiles à mettre en place.

MW : Oui elles le sont, il y a une immense quantité de travail derrière chacun d'entre-elles et il y a aussi des analyses qui n'impliquent que deux personnes, j'en ai ainsi réalisé une avec un collaborateur par exemple pour l'analyse SUSY, mais cela nécessite 18 mois d'entretiens, et c'est vrai, il n'y a pas d'astuce, et si on réalise la complexité de ce qui a été fait pour comprendre les résultats du canal diphoton, et ce n'est pas terminé, c'est loin d'être suffisant, et oui je ne sais pas comment tu le ressens mais c'était un privilège pour moi de voir parmi les plus grands esprits du monde travaillant ensemble sur ces problèmes et il n'y avait aucun ego en jeu ou quoi que ce soit d'autre, c'était juste de la science sous sa forme la plus pure, et fantastique d'y assister ! Donc oui je pense, d'autant plus en ce qui concerne la supersymétrie, il nous faut tellement optimiser les recherches pour espérer voir quelque chose et en faisait cela, évidemment si nous faisons les bons choix d'optimisation c'est très bien, mais dans le cas contraire on peut vraiment passer à côté de résultats. C'est d'ailleurs quelque chose sur lequel nous travaillons beau-

coup à Adélaïde pour le moment avec de nouvelles techniques qui tentent de généraliser les recherches de particules supersymétriques de telle sorte à demeurer aussi neutre que possible a priori dans les analyses, et c'est aussi le rôle de GAMBIT, à savoir répondre à la question "pouvons-nous prendre tout ce que nous avons appris jusqu'à maintenant et concentrer nos efforts sur ce qui en demande désormais le plus"

LG : La supersymétrie était vue comme l'un des meilleurs candidats pour les WIMP et de la nouvelle physique en général, potentiellement à la portée d'expériences futures, y croyez-vous beaucoup ?

MW : En réalité je suis toujours resté neutre à propos de l'existence de la supersymétrie, je veux dire, comme beaucoup d'étudiants lors de ma thèse on m'a dit de travailler sur la supersymétrie et je l'ai fait, j'étais curieux à propos de la physique au-delà du modèle standard et c'était une bonne option, qui par ailleurs suscite beaucoup d'attention, de telle sorte qu'on peut ce faisant produire un travail remarqué, mais je n'ai jamais vraiment éprouvé de croyance en son existence ou le contraire ; je pense simplement, que si on regarde aux arguments théoriques en faveur de la supersymétrie, alors on constate qu'ils sont très très forts. Et ce n'est pas simplement le problème de la hiérarchie et pourquoi la masse du Higgs est si inférieure à l'échelle de Planck s'il n'y a pas de physique entre les deux échelles - la supersymétrie résout ce problème - mais pour moi l'argument le plus convaincant est le fait que si l'on prend le groupe de Poincarré,qui est une sorte de groupe basé sur des symétries qu'on semble observer dans la nature, alors la seule symétrie de ce type manquante est la supersymétrie, et il semble étrange d'observer toutes les autres mais pas celle-ci en particulier, cela m'a toujours étonnant et est particulièrement intriguant. Évidemment on ne connaît pas l'échelle à laquelle la supersymétrie est brisée et cela pourrait être n'importe où et c'est pourquoi on n'est pas certains de devoir s'attendre à voir quelque chose au LHC, et je pense que tous les arguments à propos d'ajustement fin sont intéressants, mais sans plus. C'est tout à fait possible que la supersymétrie soit brisée à une énergie très élevée et qu'en conséquence on n'en voit pas la trace au LHC. Je pense quoi qu'il en soit qu'il est intéressant de travailler dessus, parce qu'on pourrait très bien avoir manqué des super-partenaires dans les données même celles à

8 TeV. J'ai donné une conférence à un programme au sujet de SUSY cette année et j'ai impressionné la classe en soulignant ce fait, en montrant les limites et les trous dans ces limites, et qu'il n'y a en fait aucune limite définitive sur la plupart des super-partenaires au LHC ; au moins pour les squarks, la plus forte limite est probablement de quelques centaines de GeV, mais elle n'est pas complètement convaincante, parce qu'elle dépend de certains paramètres. Et donc, il se pourrait très bien qu'il y ait bien des super-partenaires que nous n'avons pas encore vus pour une raison ou une autre, et nous devrions les chercher très méticuleusement, et bien sûr augmenter l'énergie de collision et donc les sections efficaces de production est exactement ce dont nous avons besoin pour cela.

En ce qui concerne des références à propos de la supersymétrie que je recommanderais, je me souviens avoir lu un livre scientifique assez populaire de Gordon Kane, il y a quelques années, qui est très bien si l'on recherche une approche douce sans trop de calculs. Il y en a aussi un autre qui est sorti pour ceux qui sont déjà à l'aise avec les calculs impliquant des spineurs ou d'autres aspects du modèle standard, je crois qu'il s'appelle "super-symmetry demystified", je pense que l'une des raisons pour lesquelles il est très bien est parce qu'il est peu cher, et il part du modèle standard pour aboutir à la supersymétrie en montrant comment construire les champs supersymétriques et manipuler les symboles introduits. C'est donc un très bon livre pour les étudiants de master qui souhaitent rentrer dans les calculs. Il y a aussi un très bon livre de Baer et Tata, "Weak scale super-symmetry", et c'est une très bonne référence pour ce qui est des calculs.

LG : Pensez-vous que l'on gagnerait à concentrer nos efforts sur un accélérateur linéaire d'électrons-positrons dans le futur, ou bien que le bénéfice serait faible énergie privilégiée à laquelle opérer ?

MW : Oui, tu sais probablement que la grosse différence [avec les accélérateurs de protons] est que bien sûr dans ce cas on collisionnerait des particules fondamentales à une énergie de fonctionnement donnée ce qui fixe l'énergie de centre de masse et bien sûr connaître l'énergie de centre de masse aide énormément dans l'exploitation des mesures cinématiques. C'est également un environnement beaucoup plus propre parce qu'il n'y a pas autant d'événements secondaires simultanément aux événements

intéressants, alors qu'au LHC bien sûr des morceaux de protons [partons, i.e. des gluons ou des quarks] interagissent avec d'autres morceaux et c'est souvent complexe et on ne connaît alors pas exactement l'énergie de centre de masse puisqu'elle dépend des [partons] qui ont interagi. De cette façon on sonde toutes les énergies à la fois ce qui est très bien pour des découvertes, mais "zoomer" sur des choses qu'on souhaite mesurer plus précisément est alors très difficile. Donc, je pense que l'argument pour des accélérateurs linéaires aujourd'hui est d'effectuer des mesures précises du boson de Higgs et de son couplage avec les autres particules en espérant diminuer suffisamment les barres d'erreurs pour déceler la présence de nouvelle physique qui prendraient leur origine dans des boucles, c'est davantage la philosophie de telles expériences par exemple. Bien sûr il est très vraisemblable de diminuer les barres d'erreurs tout en ayant toujours des résultats compatibles avec le modèle standard, mais il y a toujours potentiellement de la nouvelle physique à une échelle d'énergie supérieure que l'on n'a toujours pas vue. Donc, pour le moment, en l'absence de découverte directe au LHC, cela peut-être difficile d'être très excité par ce genre d'expériences, mais j'ai toujours espoir de voir des traces de quelque chose de nouveau au LHC qui suggéreraient ou chercher ensuite. Je pense cependant qu'il serait intéressant d'employer des accélérateurs linéaires de coût maîtrisé afin d'explorer plus précisément le secteur électrofaible quoi qu'il en soit. De la même façon que le LEP en son temps, par exemple. Le LEP nous a donné de très satisfaisantes mesures de masse des bosons W et Z et de plusieurs détails de ce domaine d'interactions à travers lesquels on pouvait plus ou moins deviner l'intervalle de masse dans lequel le Higgs devait se trouver avant même de l'avoir découvert.

LG : Le Higgs était en effet bien contraint avant que le LHC ne démarre ! Auriez-vous un livre à recommander à propos de l'usage des statistiques en physique, et plus particulièrement de l'approche bayésienne ?

MW : [Il y a] deux classiques qui sont souvent utilisés - un livre de Louis Lyons d'abord, "Statistics for Nuclear and particle physicists", et puis "statistical methods in experimental physics" de Frederik James qui est aussi très bien. Pour les méthodes Bayésiennes je ne suis pas sûr, j'ai plutôt appris au fur et à mesure de mon travail, et en lisant des papiers, mais "Bayesian method

in Cosmology", semble être un excellent livre, bien que je ne l'aie pas lu. Et bien sûr, il y a "Information Theory" de Dave MacKay's - un ancien maître de conférences de Cambridge, et tous ceux qui travaillent sur le sujet aujourd'hui et qui sont passés par Cambridge ont appris de lui, c'est un vrai maître dans son domaine.

LG : Merci. Ce site étant en partie dédié aux étudiants - êtes-vous à la recherche de candidats pour un stage ou une thèse dans votre université pour travailler sur GAMBIT, ou ATLAS par exemple ?

MW : En effet, nous sommes très certainement toujours intéressés par des masters internationaux et des candidatures de thèse, tout particulièrement de la part de personnes ayant déjà effectué des recherches ailleurs qui ont abouti à la publication d'un papier, auquel cas c'est pratiquement la garantie d'obtenir un financement je pense, au moins quand j'ai moi-même candidaté pour l'Australie. En termes de stages nous n'avons pas directement d'argent pour cela mais nous sommes très heureux d'accueillir des physiciens s'ils sont financés par leur département, parce que c'est aussi une tâche complexe, par exemple en ce qui concerne les liens avec la France il semble qu'il existe toutes sortes de financements que l'on peut réclamer afin de faire venir des gens pour les étudiants notamment. Donc, si quelqu'un est intéressé, il suffit de me le faire savoir, et je verrai ce que l'on peut faire, on peut toujours trouver un moyen ensemble pour payer le voyage. Le problème avec l'Australie est évidemment que le billet d'avion est très cher, mais c'est très beau et il fait chaud, et on peut voir des kangourous !

LG : Merci beaucoup !

Chapitre 19

Recherche de l'énergie noire

— **Aujourd'hui** : Rercherche sur l'énergie noire

Aujourd'hui, l'accélération de l'expansion de l'Univers est un fait bien établi, grâce à plusieurs observations :

— La relation distance de luminosité (p. 144) - redshift des supernovae thermonucléaires (p. 184) . Cette relation dès qu'elle est mesurée semble clairement indiquer que l'Univers accélère son expansion malgré des doutes sur les analyses récompensées par le prix Nobel 2011 [54].
— Les observations du fond diffus cosmologique (p. 167) et de ses anisotropies.
— Les catalogues de galaxies, leur fonction de corrélation.

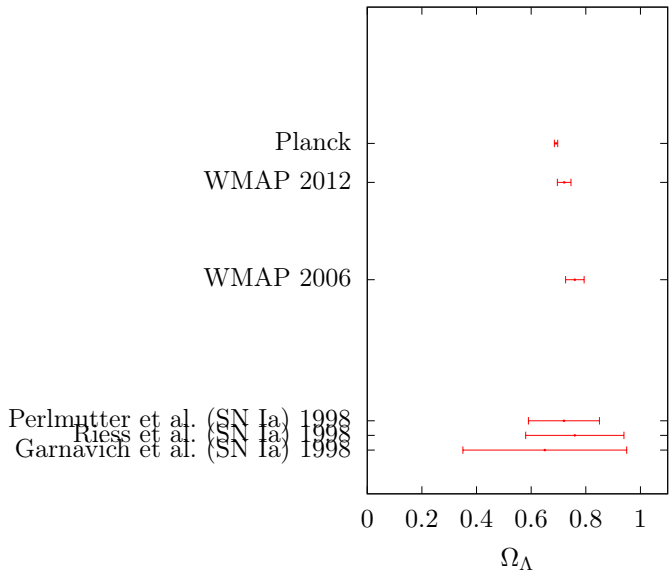


FIGURE 19.1 – **Mesures de la densité d'énergie noire d'un univers plat** $\Omega_m + \Omega_\Lambda = 1$. Les mesures de la constante cosmologique (p. 152) ont commencé avec l'usage des supernovae Ia comme chandelles standard et la découverte de l'accélération de l'expansion de l'Univers. Des mesures indépendantes ont confirmé les premiers résultats avec WMAP, Planck, et les mesures d' oscillations acoustiques des baryons (p. 183) .

Toutes ces observations semblent indiquer, dans le cadre de la relativité générale, l'existence d'une constante cosmologique Λ positive, dont la valeur est d'environ 10^{-69} m^{-2}. L'équation d'Einstein se voit modifiée pour devenir :

$$G_{\mu\nu} + \Lambda g_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu} \tag{19.1}$$

Où G est le tenseur d'Einstein, qui contient l'information sur la géométrie de l'espace-temps, et T le tenseur énergie-impulsion (p. 121) qui contient l'information sur son contenu (énergie et pression du contenu de l'Univers). Le terme du à la constante cosmologique peut être intégré dans le tenseur énergie impulsion, et alors celle-ci s'interprète comme une forme d'énergie particulière d'équation d'état $P = w\rho$. Comme cette "énergie" échappe à une détection directe, à la manière de la matière noire, on l'appelle énergie noire. La valeur de Λ implique que celle-ci représente environ 75 % de la

densité critique (p. 143) . Pour être parfaitement équivalente à une constante cosmologique (p. 152) , il faudrait $w = -1$ soit $P = -\rho$.

19.1 Les problèmes posés par la constante cosmologique

Cette équation d'état est a priori difficile à comprendre, mais elle correspond à celle de l'énergie d'un champ stationnaire. Une explication attrayante serait alors qu'elle est simplement égale à l' énergie du vide (p. 152) des champs du modèle standard de la physique des particules, aussi appelée énergie de point zéro, mais cette interprétation se heurte à une difficulté importante. En effet, la densité d'énergie prédite selon cette hypothèse est bien trop grande. La contribution d'un champ sans masse à l' énergie du vide (p. 152) peut être estimée par analogie avec les niveaux d'énergie d'un oscillateur quantique. Ces niveaux sont $E_n = \hbar\omega_{\vec{p}}(\frac{1}{2} + n)$ où n est un entier correspondant au nombre de particules et $\hbar\omega = pc$. Le niveau fondamental E_0 correspond donc à une énergie $\frac{1}{2}\hbar\omega_{\vec{p}}$. Reste alors à sommer la contribution de chaque mode $\vec{p}$:

$$\rho_{vacuum} = \frac{1}{(2\pi\hbar)^3}\int \frac{1}{2}\hbar\omega_{\vec{p}} d^3p = \frac{2\pi c}{(2\pi\hbar)^3}\int p^3 dp \tag{19.2}$$

Cette somme est divergente, mais on peut supposer que l'intégrande est valide jusqu'à une certaine échelle Λ appelée "cut-off". Cette échelle est nécessairement supérieure au TeV puisque le modèle standard de la physique des particules est très bien vérifié en dessous de cette énergie. Elle est par ailleurs probablement inférieure à l'échelle de Planck $M_{pl} = 10^{19}$ GeV. Dans ce cas, $\Lambda = M_{pl}$ et, en unités naturelles ($\hbar = c = 1$), l'expression précédente donne donc une densité d' énergie du vide (p. 152) $\rho_{vacuum} \sim \Lambda^4$.

$$\rho_{vacuum} \sim M_{pl}^4 = 10^{112}\text{eV}^4 \tag{19.3}$$

Les observations cosmologiques donnent $\rho_\Lambda = \Omega_\Lambda \rho_c \sim 10^{-16}$ eV^4. De là :

$$\frac{\rho_\Lambda}{\rho_{vacuum}} \sim 10^{128} \tag{19.4}$$

Ainsi la prédiction théorique est supérieure de plus de 120 ordres de grandeur à la valeur expérimentale. Il y a clairement un problème ! Dans le meilleur des cas, en abaissant le cut-off à l'échelle électrofaible (1 TeV), l'excès est toujours énorme (plus de 60 ordres de grandeur) [55]. Le fait que la contribution à

la constante cosmologique (p. 152) due à l'énergie de point zéro des champs du modèle standard soit bien trop large par rapport à l'ordre de grandeur attendu est appelé "problème d'ajustement fin de la constante cosmologique (p. 152) ". Il est assez extraordinaire, si cette interprétation est correcte, que les contributions de chaque champ à l' énergie du vide (p. 152) se compensent miraculeusement pour atteindre une valeur totale si particulière.

Il existe un autre problème plus discutable avec la constante cosmologique, qui consiste à savoir pourquoi sa valeur aujourd'hui est-elle que ρ_Λ soit du même ordre de grandeur que la densité critique (p. 143) ρ_c. Ceci n'étant pas vrai à toute époque (ρ_Λ est constante si parfaitement équivalente à une constante cosmologique (p. 152) , alors que ρ_c diminue avec l'expansion), il revient à se demander si le fait que l'on mesure *aujourd'hui* un paramètre de densité $\Omega_\Lambda \equiv \rho_\Lambda/\rho_c$ de l'ordre de l'unité est une coincidence.

En réponse à ces problèmes, diverses solutions ont été suggéré, qui restent encore à tester.

19.2 Modification de la gravité

Il est possible que l'énergie de point zéro des champs quantiques ne contribue pas comme on le pense à ρ_Λ. Elle peut s'annuler parfaitement, ou bien peut-être nos hypothèses sur l'interaction gravitationnelles sont incorrectes (voir le diagramme de Feynman suivant qui suppose que l'hypothétique graviton se couple avec des boucles qui donnent naissance à l' énergie du vide (p. 152)).

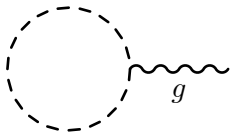


FIGURE 19.2 – Énergie du vide et graviton

Dans ce cas, la constante cosmologique (p. 152) pourrait être la manifestation d'écarts à la relativité générale, que prédisent par exemple les théories $f(R)$. Ces théories, comme expliquée dans l'article Recherche de la matière

noire (p. 79) , proposent de modifier l'action d'Einstein-Hilbert équivalente à l'équation d'Einstein $S = \int R\sqrt{-g}d^4x$ par $S = \int f(R)\sqrt{-g}d^4x$. En 2004, Sean Caroll a publié un papier sur le sujet ayant reçu beaucoup d'attention [56]. Dans son article il montrer que l'ajout d'un terme de la forme $1/R^n$ (donc prédominant lorsque la gravité devient faible, tout comme la constante cosmologique (p. 152) dont l'effet sur l'expansion domine lorsque la densité des autres formes d'énergie devient négligeable) serait une explication plausible évitant le recours à la notion d'énergie noire. Une mesure très précise de $w = P/\rho$ permettrait de trancher. Ces théories peuvent aussi être invalidées par des tests non cosmologiques de la relativité générale [57] [58].

19.3 Le principe anthropique et le "landscape" des théories des cordes

Si la constante cosmologique (p. 152) avait pris une valeur de plusieurs ordres de grandeur supérieure, alors la formation des galaxies aurait été impossible car l'effet de répulsion de Λ s'oppose à la condensation gravitationnelle [59], et nous ne serions pas là pour parler de physique. Toutes les observations que nous faisons sont nécessairement compatibles avec l'existence de la vie humaine, et donc toutes les théories doivent l'être également. Si un paramètre est libre dans un modèle physique (c'est le cas de la constante cosmologique (p. 152) dans la relativité générale), et que nous sommes là pour le mesurer, alors sa valeur doit être telle que nous puissions exister, et donc compatible avec la formation des galaxies. Cette idée est désignée sous le nom de "principe anthropique". Par ailleurs, les travaux effectués sur les théories des cordes et la théorie de l'inflation semblent suggérer les choses suivantes :

1. Les théories des cordes sont capables de prédire un très grand nombre d'états du vide stables ou meta-stables (vacua) [55] qui peuvent par exemple ressembler à un espace de de-Sitter avec constante cosmologique (p. 152) [60]. Donc, les théories des cordes semblent autoriser une très large quatnité de valeurs pour Λ. C'est le "landscape de la théorie des cordes".
2. Un scénario envisageable est qu'une région de l'Univers puisse effectuer une transition vers un autre état du vide (avec une constante cosmologique (p. 152) différente), et grandir avec l'expansion. Ceci est tout à fait similaire au mécanisme original d'inflation proposé par

Guth. Cette bulle qui s'expand devient un sous-univers avec sa propre valeur pour Λ et d'autres paramètres physiques. Dans ce scénario, on appelle multivers l'ensemble de ces univers "enfants".

De ce point de vue, les théories des cordes pourraient expliquer la petitesse de la constante cosmologique (p. 152) : d'un part, elles prédisent tout un spectre pour Λ qui incluerait la valeur observée. D'autre part, elle semble offrir un mécanisme qui permettrait d'atteindre dynamiquement cette valeur. TODO schéma + explications sur la récursivité

19.4 Résultats expérimentaux

La caractérisation de l'énergie noire passe principalement par l'étude de son équation d'état. Si le paramètre $w = P/\rho$ de l'énergie noire est laissé libre dans le modèle standard de la cosmologie, alors les derniers résultats de Planck donnent un meilleur "fit" pour $w = -1,006 \pm 0,045$ [42], tout à fait compatible avec une constant cosmologique ($w = -1$). Si l'énergie noire est due à un fluide non stationnaire, sa valeur pourrait varier. Le problème est qu'a priori celle-ci n'a d'impact sur l'expansion qu'assez tard dans l'histoire de l'Univers, alors que le facteur d'échelle (p. 139) évolue peu. Une paramétrisation phénoménologique habituelle est une dépendance affine de w avec le facteur d'échelle (p. 139) [61] :

$$w(a) = w_0 + w_a(1 - a) \tag{19.5}$$

Celle-ci est vraiment très générique puisqu'elle correspond à un développement de Taylor de w en tant que fonction de a. Cependant il existe des modèles spécifiques motivés par la théorie qui permettent de mieux évaluer la dépendance de w attendue avec a. C'est le cas par exemple de celui du "slow-rolling scalar field", c'est-à-dire d'un champ scalaire ϕ évoluant lentement dans un potentiel $V(\phi)$ pour lequel on a :

$$w(\phi) = \frac{\frac{1}{2}\dot{\phi}^2 - V(\phi)}{\frac{1}{2}\dot{\phi}^2 + V(\phi)} \tag{19.6}$$

Si le champ varie lentement ($\dot{\phi}^2 \ll V(\phi)$) on a bien $w \to -1$.

A partir de cette dépendance, des paramétrisations plus spécifiques de $a \mapsto w(a)$ peuvent être établies permettant l'obtention de meilleurs contraintes

sur les paramètres physiques du modèle [62]. Ceci permet d'exclure certains modèles simplistes [61].

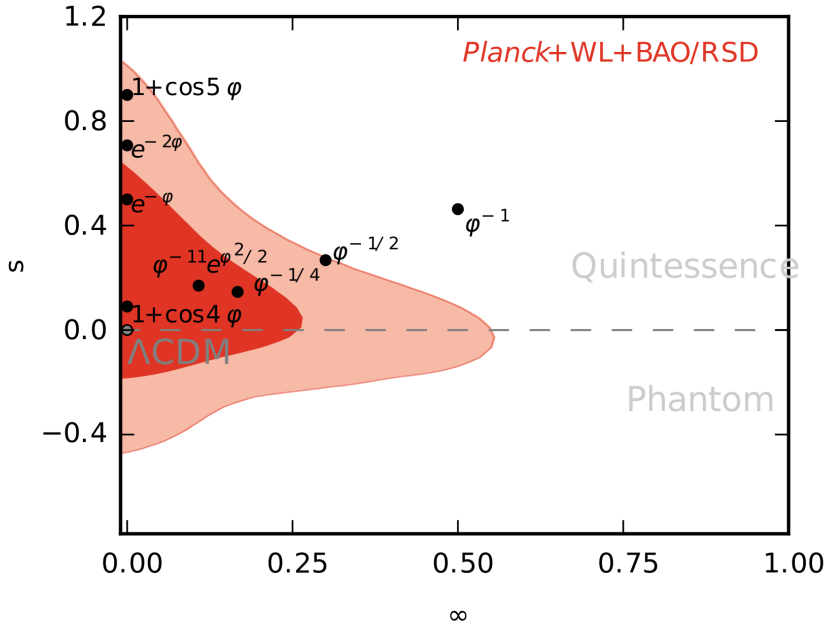


FIGURE 19.3 – **Contraintes de Planck dans l'hypothèse d'une énergie noire provenant d'un champ classique dynamique**. Les zones colorées représentent les valeurs autorisées à 67 et 95 % pour les paramètres en abscisse (ε_∞) et ordonnée (ε_s) par les mesures combinées de Planck, des oscillations acoustiques de baryons et de lentille faible. Ces paramètres caractérisent le potentiel du champ scalaire hypothétiquement responsable de l'inflation vers le début du Big-Bang et l'époque actuelle respectivement. Plusieurs exemples de potentiel sont représentés sur la figure.

Certaines analyses tentent aussi de reconstruire w en fonction de $z = 1/a - 1$, "bin à bin", comme sur la figure suivante :

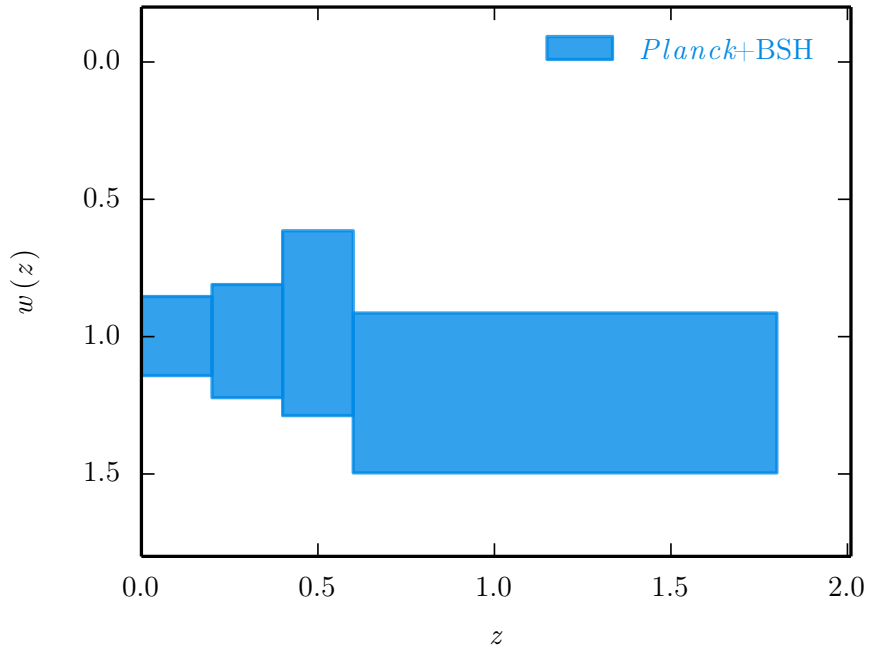


FIGURE 19.4 – **Reconstruction 'Bin-to-bin' de** $w(z)$. L'évolution de w en fonction du redshift est retracée de façon assez grossière (4 intervalles de valeurs de z seulement). L'erreur verticale sur w est par ailleurs assez large [61].

Cette méthode a l'avantage de requérir très peu d'hypothèses, mais la contrepartie est d'offrir des résultats très peu contraints.

19.5 Futures expériences

Plusieurs expériences

19.5.1 Euclid

Euclid est un projet de télescope spatial doté d'un miroir de 1,2m de diamètre validé par l'Agence Spatiale Européenne (ESA) en 2011 [63]. Il doit être lancé en 2020. Il comportera deux instruments :

— Le Near Infrared Spectrometer and Photometer (**NISP**), sensible aux longueurs d'onde entre 1 et 2 μm avec une résolution angulaire de l'ordre de 0,3". Le spectromètre permettra une mesure précise du redshift des objets observés, avec une résolution spectrale $\lambda/\Delta\lambda \sim 250$.
— Le Visible instrument (**VIS**) doté d'une caméra CCD sensible à l'intervalle de longueurs d'ondes 550-900 nm et d'une résolution de 0,1" par pixel.

Ces mesures devraient permettre de constituer un catalogue sans précédent d'objets à haut redshift (galaxies, quasars, supernovae). Le volume de détection sera multiplié par 500 par rapport au SDSS. Toutes ces données devraient contribuer à améliorer de façon significative les contraintes sur certains paramètres cosmologiques via l'observation des oscillations acoustiques de baryons et de l'effet de lentille gravitationnelle faible. On attend par exemple une amélioration de la limite sur w_a d'un facteur ~ 50 et de celle sur la somme des masses de neutrinos d'un ordre de grandeur. L'observation de quasars à haut redshift ($z \sim 6-8$) devrait apporter des renseignements précieux sur la réionisation (p. 180) .

19.5.2 Wild Field Infrared Survey Telescope (WFIRST)

WFIRST est une mission de la NASA validée en 2016 consistant en un télescope spatial devant être lancé au cours de la prochaine décennie. Le téléscope consistera en un miroir de 2,4m, et ses instruments détecteront des longueurs d'onde comprises entre 0,2 et 1,7 μm. Il devrait être capable de voir des objets légèrement moins lumineux qu'Euclid (gain de +2 en magnitude). Il viendra donc compléter la mission scientifique d'Euclid. Par ailleurs, il sera doté d'un coronographe, facilitant l'observation d'exoplanètes.

Chapitre 20

Astronomie avec les ondes gravitationnelles

- **1978** : Joseph Taylor annonce la confirmation expérimentale des ondes gravitationnelles prédites par la relativité générale grâce à l'étude d'un pulsar binaire qu'il a découvert avec Russel Hulse.
- **2016** : Les deux détecteurs de LIGO effectuent la première détection directe d'ondes gravitationnelles.
- **Aujourd'hui** : Astronomie gravitationnelle

20.1 Prédiction et caractéristiques

Les ondes gravitationnelles sont une prédiction établie par Einstein en 1916 en tant que conséquence de la relativité générale. Ce sont une solution particulière des équations d'Einstein qui se traduisent par la propagation à la vitesse de la lumière d'une perturbation de l'espace-temps, sous la forme d'une onde transverse d'amplitude généralement notée h. Un objet de longueur au repos L voit ainsi varier sa longueur de $\pm hL$.

Pour être plus précis, on note $h^{\mu\nu}$ le tenseur des perturbations, tel que :

$$g^{\mu\nu} = \eta^{\mu\nu} + h^{\mu\nu} \tag{20.1}$$

Il existe deux modes de polarisation possibles pour une telle onde, notés $+$ et $\times$. La forme de $h^{\mu\nu}$ est, pour une onde plane se propageant la direction spatiale z : $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & h^+ & h^\times & 0 \\ 0 & h^\times & h^+ & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

Une distribution de masse accélérée dissymétrique émet des ondes gravitationnelles : c'est le cas par exemple de systèmes binaires d'étoiles ou de trous noirs, d'étoiles à neutrons oscillantes, ou encore de supernovae. Émises par ces ondes distances, ces sources se propagent jusqu'à la Terre, leur amplitude décroissant en $1/r$. Pour un système binaire de deux masses M séparées d'une distance a et situées à une distance r de la Terre, l'ordre de grandeur de l'amplitude de la perturbation h est donné par [64] :

$$h \sim \frac{G^2}{c^4}\frac{M^2}{ar} \tag{20.2}$$

Si $M \sim 10M_\odot$ et a est de l'ordre de 10 fois le rayon de Schwarzschild associé à M, et que le système est distant de 100 Mpc de la Terre, alors :

$$h \sim 10^{-54} \times \frac{10^{62}}{10^5 \times 10^{24}} \sim 10^{-21} \tag{20.3}$$

Le facteur $1/r$ est la décroissance de l'amplitude avec la distance. Le préfacteur G^2/c^4 vaut environ $10^{-54}\text{kg}^{-2}.\text{m}^2$. La faiblesse de sa valeur numérique explique la petitesse de h. L'onde émise par ce système traversant la terre ne déforme un objet d'un mètre que d'une longueur de 10^{-21} m !

Une des conséquences de cette émission d'ondes gravitationnelles est qu'un système binaire de cette sorte perd de l'énergie. Ainsi, deux étoiles en orbite l'une autour de l'autre de demi-grand axe a suffisamment faible (avec une rotation rapide selon la loi de Kepler $T^2 \propto a^3$ et donc fortement accélérées) tendront à se rapprocher jusqu'à fusionner puisqu'en perdant de l'énergie les masses se rapprochent ($a \propto -1/E$). L'onde gravitationnelle émise est essentiellement de fréquence $f_{OG} \sim 2f_{rot} \sim \dfrac{(GM)^{1/2}}{2\pi a^{3/2}}$. En utilisant les valeurs précédentes, on obtient $f_{OG} \sim 1000$ Hz.

20.2 Première observation indirecte

En 1974, Russel Hulse et Joseph Taylor découvrent le pulsar binaire "PSR B1913+16" [65] composé a priori d'une étoile à neutron émettant dans notre direction avec une période de rotation 59 millisecondes et d'un compagnon compact, a priori une autre étoile à neutron. Ils mesurent entre autres le demi-grand axe du système (2×10^6 km) et sa période orbitale (27 900 s environ). En 1975 Robert Wagoner suggère que puisque d'après la relativité générale un tel système perd une quantité significative d'énergie par émission d'ondes gravitationnelles, alors son demi-grand axe doit diminuer et sa période orbitale aussi dans des proportions mesurables [66]. Ce système permettrait donc de tester la réalité des ondes gravitationnelles. En 1979, Joseph Taylor donne les résultats de cette mesure de $\dot{T}$ (le taux de diminution de la période) et trouve $\dot{T}^{obs}/\dot{T}^{th} = 1,3 \pm 0,3$ [67] [68], confirmant ainsi de façon assez convaincante l'existence des ondes gravitationnelles.

Depuis, les données ont été accumulées et ont permis de contrôler l'écart entre la prédiction de la relativité générale et l'observation à moins de 0,2 %.

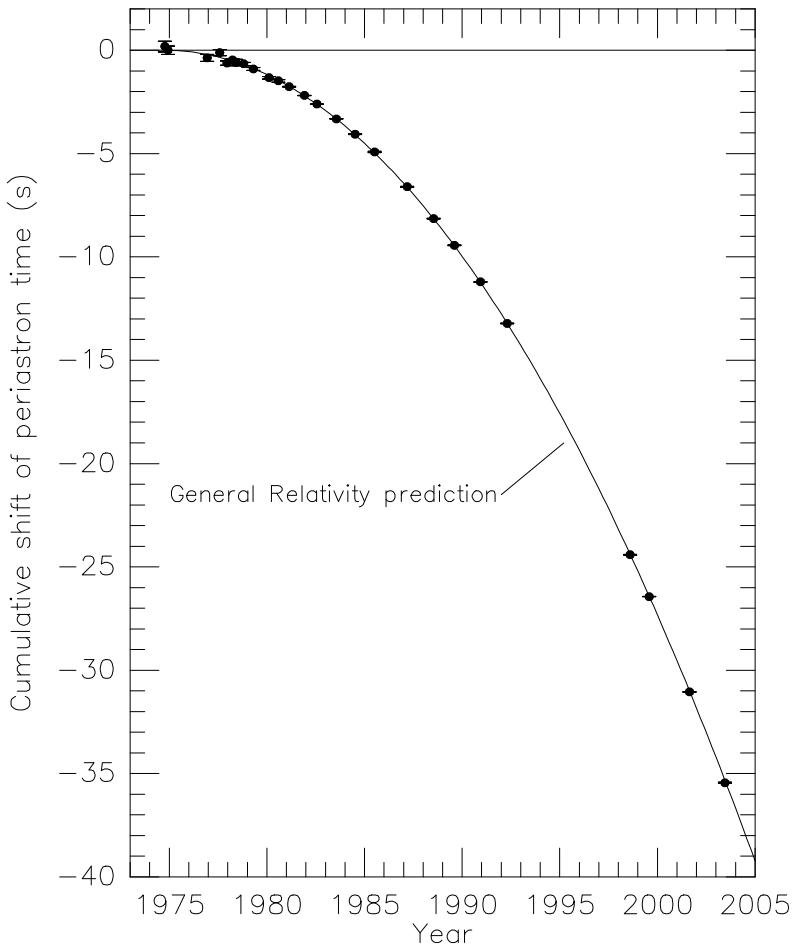


FIGURE 20.1 – **Variation de la période orbitale du système PSR B1913+16 depuis 1975**. Courbe de ΔT, la variation de la période orbitale de PSR B1913+16 depuis 1975. Les données sont superposées à la prédiction de la relativité générale. La diminution due aux ondes gravitationnelles est bien observée et l'accord avec la théorie est excellent.

En 1993, R. Hulse et J. Taylor ont reçu le prix Nobel pour leur découverte de ce pulsar qui a permis de tester précisément la relativité générale.

20.3 Les détecteurs interférométriques LIGO et VIRGO

Au début des années 1970, Rainer Weiss travaille au MIT sur la possibilité de détecter des ondes gravitationnelles à l'aide d'un interféromètre de type michelson éclairé par un laser, en étudiant les différentes sources de bruit potentielles. Un tel détecteur repose sur le principe suivant : lors du passage d'une onde gravitationnelle, la métrique est perturbée différemment dans des directions perpendiculaires. En entrant dans un interféromètre de Michelson, celle-ci affecte donc la longueur L de ses deux bras perpendiculaires. La différence de longueur induite δL modifie la figure d'interférences en sortie de l'interféromètre, rendant détectable le passage de l'onde. Pour une configuration optimale [1], la variation de longueur est de :

$$\delta L = \frac{1}{2} h L \tag{20.4}$$

Comme on l'a vu, h est très petit, ce qui rend cette variation très difficile à mesurer. L'objectif est donc d'obtenir des bras aussi longs que possible.

1. Onde de polarisation + et de direction de propagation normale au plan de l'interféromètre

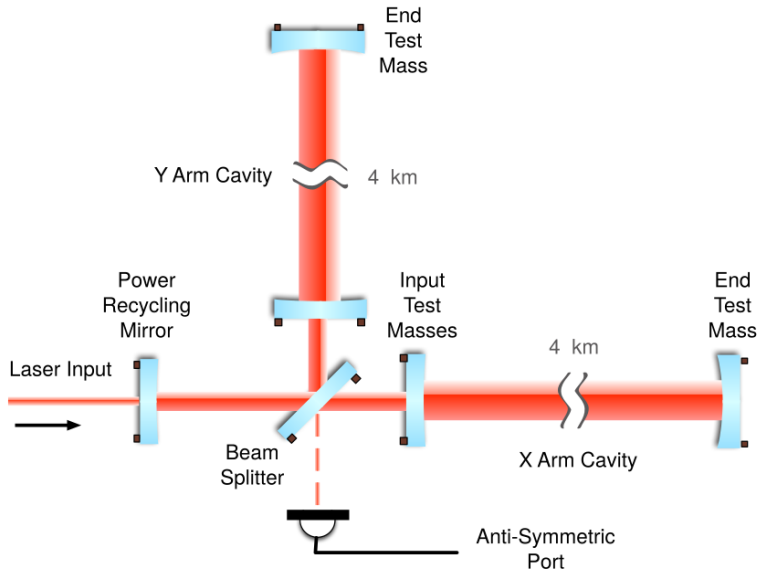


FIGURE 20.2 – **Schéma d'un détecteur d'onde gravitationnel par interférométrie**. Le détecteur est un interféromètre de Michelson réglé en anti-coincidence. Un laser émet un faisceau divisé en deux par une lame semi-réfléchissante. La lumière se propage alors simultanément dans les deux bras perpendiculaires et est réfléchie par les miroirs en bout de bras. Les faisceaux réfléchis se superposent à la sortie de l'interféromètre. Les figures d'interférences renseignent sur la différence de chemin optique entre les deux bras : lors du passage d'une onde gravitationnelle, cette différence varie, le système quitte l'état d'anti-coincidence (franges sombres), ce qui permet d'en réaliser la détection. [69].

Parallèlement, à Caltech, Kip Thorne et son équipe travaillent sur les sources astrophysiques d'ondes gravitationnelles et le potentiel de détection par une expérience du type de celle envisagée par Weiss. Deux projets expérimentaux sont alors lancés, celui du MIT mené par Weiss, celui de Caltech mené par Ronald Drever et Stan Whitcomb. Des prototypes de petite taille sont conçus et la faisabilité d'un détecteur de plusieurs kilomètres est envisagée. En 1984 Caltech et le MIT unissent leurs efforts et conçoivent le projet LIGO de détecteur interférométrique avec des bras de plusieurs kilomètres de long.

Le projet LIGO est validé au début des années 1990 et 3 détecteurs sont

construits, deux dans la même enceinte à Hanford, Washington, et pourvus de bras de 4 et 2 km ("H1" et "H2"), et un a Livingstone, Louisiane ("L1", avec des bras de 4 km). La construction prend fin en 2002. Des prises de données sont effectuées jusqu'en 2010, sans détection confirmée. Le projet aLIGO (advanced LIGO) validé au début des années 2000 est alors implémenté entre 2010 et 2014. En 2015, la sensibilité des détecteurs a été largement améliorée, et les prises de données recommencent. Le 14 septembre 2015, les détecteurs LIGO observent simultanément une onde gravitationnelle émise par la coalescence de deux trous noirs à une distance 400 Mpc, réalisant ainsi la première détection directe d'une telle onde [70]. L'événement est baptisé GW150914. Cette découverte sera récompensée par l'attribution du prix Nobel de Physique 2017 à Barry Barish, Kip Thorne et Rainer Weiss. À ce jour (3 octobre 2017), LIGO a observé quatre trains d'ondes gravitationnelles, à chaque fois provenant de systèmes binaires de trous noirs en rotation.

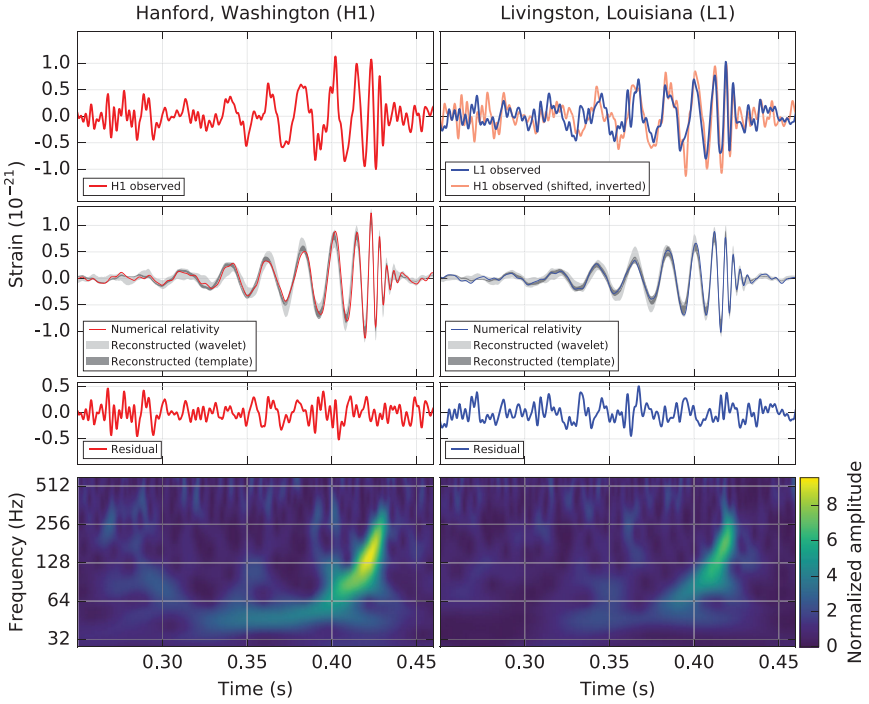


FIGURE 20.3 – **Signaux de GW150914 tels qu'observés par les détecteurs de LIGO**. Les détecteurs de Hanford et Livingston ont détecté le 14 septembre 2015 un signal très compatible avec celui d'une fusion de trous noirs (signal qui s'amplifie très rapidement jusqu'à s'annuller une fois la fusion terminée). [70]. CC-BY 4.0.

Parallèlement au développement de LIGO aux États-Unis, le projet d'un interféromètre européen est lancé au milieu des années 1990 par le CNRS et l'INFN. Construit non loin de Pise, des prises de données ont été effectuées entre 2007 et 2011, sans qu'un événément ne sont détecté. Un projet d'amélioration visant à augmenter la sensibilité de l'expérience est alors entrepris (Advanced Virgo) avec pour objectif de nouvelles prises de données dès fin 2016. Le fonctionnement concurrentiel de plusieurs détecteurs permet de mieux reconstruire la direction de la source par triangulation, et donc de chercher la présence de signaux complémentaires (lumière, neutrinos (p. 202)) dans cette direction. Le 14 août 2017, Virgo réalise sa première détection cojointe avec LIGO [71]. Les données de Virgo ont permis, pour cet événement, de réduire la zone de confiance à 90

Le 17 août 2017, LIGO et Virgon détectent, pour la première fois, la phase finale de la fusion de deux étoiles à neutrons [72] [73]. Plusieurs instruments ont détecté incidemment un sursaut gamma (GRB 170817A) ayant survenu 1,7 s après l'instant de fusion mesuré par LIGO-Virgo. Cette découverte marque une nouvelle ère dans l'astronomie multi-messagers : dans ce cas, l'observation conjointe des ondes gravitationnelles et de la lumière émise par la source a permis, entre autre, l'identification de la galaxie hôte (NGC 4993) dont le redshift z est connu avec une bonne précision. Or, l'objet étant relativement proche (par rapport à la taille de l'Univers), la relation de Hubble s'applique et $z = H_0 d/c$. Par ailleurs, LIGO donne une mesure indépendante de d, et cela permet donc d'en déduire une estimation de la constante de Hubble (p. 154) évaluée à $H_0 = 70.0^{+12.0}_{-8.0}$ [74]. C'est la première application cosmologique concrète effectuée grâce aux ondes gravitationnelles.

20.4 Limitations et prochaines générations de détecteurs

20.4.1 Sources de bruit

La sensibilité des détecteurs actuels est limitée à basse fréquence ($\sim$ Hz) par le bruit sismique et à haute fréquence (kHz) par le bruit d'origine quantique, qui est la somme du bruit de grenaille (*shot noise*) et du bruit du aux fluctuations de pression de radiation des photons. Ils dépendent de la pression P du Laser, de la longueur L des bras et de la masse M des miroirs de la

façon suivante :

$$\tilde{h}_{grenaille} = \frac{1}{4\pi L}\sqrt{\frac{2h\lambda c}{\eta P}} \text{ et } \tilde{h}_{pression} = \frac{1}{ML}\sqrt{\frac{hP}{2\pi^4 c\lambda}}\frac{1}{f^2} \tag{20.5}$$

Varier la puissance d'un laser permet d'effectuer un *trade-off* entre bruit de grenaille et bruit de recul, et éventuellement d'optimiser la sensibilité pour certaines fréquences, mais pas plus. En revanche, le bruit quantique étant inversement proportionnel à L, il peut être supprimé à l'aide de plus longs bras.

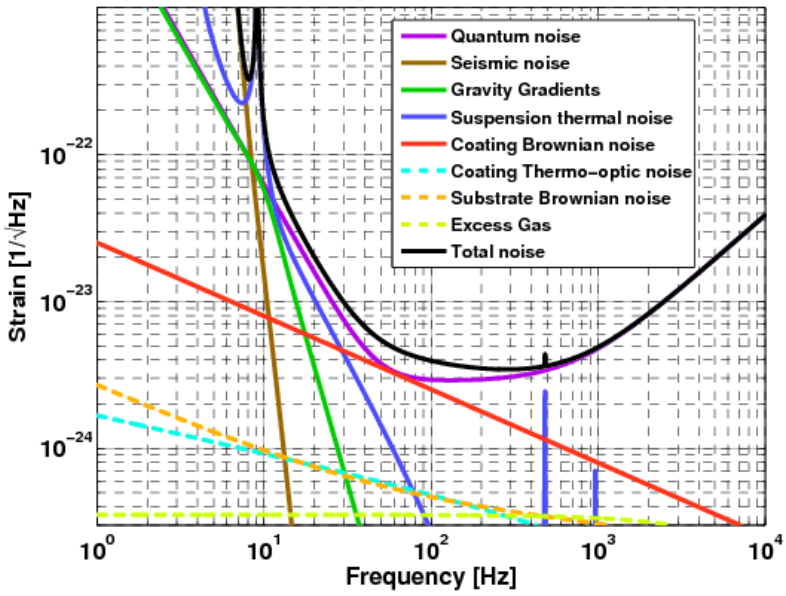


FIGURE 20.4 – **Sources de bruit du détecteur advanced LIGO**. L'amplitude des différentes sources de bruit dans aLIGO. Leur somme, le bruit total, représente aussi la sensibilité de l'appareil, qui par définition est la courbe de $f \mapsto h(f)$ telle que le ratio signal/bruit vaut 1. Le bruit sismique domine de manière évidente à basse fréquence. Le bruit quantique domine à haute fréquence.

20.4.2 Futurs détecteurs

Pour dépasser ces limitations, les futurs détecteurs se répartiront en deux catégories :

— **Les détecteurs dans l'espace**, qui s'affranchiront ainsi du bruit sismique et seront sensibles à des ondes gravitationnelles de basse fréquence. C'est notamment le cas de LISA, dont les trois détecteurs seront distants de 2,5 millions de km et seront sensibles à des fréquences entre 10^{-4} et 10^{-1} Hz. D'autres expériences sont à l'étude, comme BBO (Big Bang Observer) et DECIGO (DECi-hertz Interferometer Gravitational wave Observatory) avec des bras de 10 000 à 50 000 km et 1 000 km de long respectivement. En effet, la sensibilité de LISA à certaines sources risque serait limitée par du bruit de confusion (c'est-à-dire la superposition de signaux impossible à résoudre individuellement) dans la zone des très basses fréquences [75]. Cette limite « fondamentale » suggère d'explorer des intervalles de fréquences plus élevées, intermédiaires entre celui de LISA et ceux des détecteurs terrestres actuels ou futurs. Ces détecteurs ne pouvant résoudre des ondes de longueur d'onde bien plus courte que leurs bras, ceux-ci sont nécessairement plus courts.

— **Les détecteurs terrestres de troisièmes génération** qui s'affranchiront du bruit quantique au moyen de bras plus longs, tels que le Einstein Telescope (10 km) ou le Cosmic Explorer (40 km). Ils pourront aussi être placés plus en profondeur pour contrôler le bruit sismique. L'Einstein Telescope diffère des détecteurs terrestres actuels par sa géométrie triangulaire.

20.5 Perspectives

20.5.1 Sources potentielles

De façon générale, la détection d'ondes gravitationnelles offre une fenêtre d'observation indépendante du canal électromagnétique habituel et permet d'accéder à une grande variété de phénomènes. Plusieurs recherches sont ainsi effectuées par LIGO :

— **Coalescence d'objets compacts :** Recherche de fusions de sys-

tèmes binaires d'objects compacts (trou-noir/trou-noir, étoile à neutron/trou-noir, étoile à neutron/étoile à neutron). Ceci permet de mesurer leurs masses initiale, la masse de l'objet final, leur distance de luminosité (p. 144) et redshift.

— **Supernovae à effondrement de coeur :** Recherche d'ondes gravitationnelles en coincidence avec des supernovae à effondrement de coeur (p. 183) , afin de mieux comprendre les mécanismes en jeu. La signature gravitationnelle de ces événements est mal comprise et difficile à modéliser, et ces observations seraient très précieuses. On considère que les détecteurs actuels ne sont capables de détecter ces supernovae que dans la Voie Lactée et les nuages de Magellan, où elles surviennent à un taux de l'ordre d'une fois par siècle. Seules les prochaines générations de détecteurs ont donc des chances réalistes d'effectuer de telles détections.

— **Fond stochastique :** Recherche d'un fond stochastique d'origine cosmologique, tel que motivé par certaines théories comme la théorie des cordes [76].

20.5.2 Cosmologie

La détection de sources transitoires comme les **coalescences d'objets compacts** permet d'accéder à leur distance de luminosité (p. 144) . Les futures générations de détecteurs devraient permettre non seulement d'observer ces événements à des échecs cosmologiques ($z > 1$), comme des coalescences de systèmes d'étoiles à neutrons y compris pendant la réionisation (p. 180) ($z \sim 6$), mais aussi la totalité des coalescences de trous noirs tels que $M \gtrsim 30M_\odot$ dans l'univers observable (attendus jusqu'à $z \sim 10$) [77]. En principe, pour des événements de ce type, le redshift n'est pas mesurable facilement ou directement, à cause de ce qu'on appelle la dégénérescence masse-redshift. La conséquence de celle-ci est qu'on ne peut extraire que $M(1+z)$ à partir de la forme du signal (où M est la masse au repos). Il existe cependant des méthodes imprécises (erreur de 10-20% sur z) pour remonter au redshift dans certains cas [78]. Heureusement, des signaux électromagnétiques détéctables peuvent être associés avec ces événements comme ce fut observé pour la première fois avec GW170817, permettant ainsi une mesure indépendante et précise de z. Il est donc en théorie possible de vérifier par cette méthode indépendante les résultats obtenus à partir des supernovae thermonucléaires (p. 184) en tant que chandelles standards via la relation

$z \mapsto d_L(z)$.

En principe, les détecteurs sont capables de détecter un fond stochastique si un excès significatif de densité d'énergie est observé dans une certaine plage de fréquence. Comme les photons libérés au découplage (p. 181) vers $T \sim 3000$ K, des ondes gravitationnelles produite dans les premiers instants de l'Univers ont pu être libérées par un découplage (p. 181) qu'on peut estimer avoir survenu à une température inférieur à la température de Planck (10^{19} GeV). Elles pourraient donc contenir de la l'information sur la physique à très haute énergie. Les détecteurs seraient capables de mesurer un paramètre de densité $\Omega_{GW}(f)$ défini à partir de la densité d'énergie d'ondes gravitationnelles selon :

$$\Omega_{GW}(f) = \frac{1}{\rho_c} \frac{d\rho_{Gw}}{d \log f} \tag{20.6}$$

Par exemple, les modèles d'inflation les plus simples prédisent un fond stochastique... (TODO)

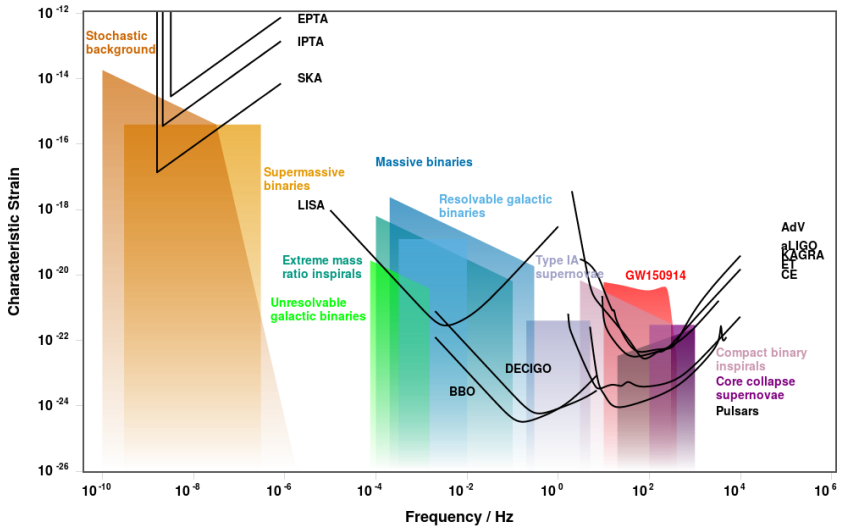


FIGURE 20.5 – **Sensibilité des futures détecteurs d'ondes gravitationnelles et sources potentielles**. Source : rhcole.com (par le Gravitational Wave Group de l'Institute of Astronomy (université de Cambridge).

Chapitre 21

Annexes

21.1 Albert Einstein

1879-1965. Physicien d'abord Allemand puis Helvético-Américain.

La contribution d'Einstein n'est pas limité à la théorie de la relativité qu'il a élaborée au début du 20ème siècle. Il a également travaillé sur la nature de la lumière en proposant une explication de différents phénomènes tels que l'effet photoélectrique à partir de l'hypothèse selon laquelle la lumière serait constituée de "quanta" d'énergie (à l'origine du concept de photon). Ceci lui vaut le prix Nobel en 1921. Einstein a également montré comment le mouvement brownien pouvait être expliqué par le concept d'atomes ce qui fut à l'origine d'un nouveau test expérimental de leur existence ainsi que d'une nouvelle méthode de mesure de la constante d'Avogadro.

21.2 Vesto Slipher

1875-1969. Astrononome Américain.

Slipher utilise la spectroscopie et le décalage spectral par effet Doppler (p. 162) pour effectuer des mesures de vitesses sur différents objets astronomiques. Il applique notamment cette technique à Andromède en 1912 et à bien d'autres "nébuleuses spirales" - comme on appelait ces galaxies à

l'époque - dans les années qui suivent. Ses observations ont joué un rôle fondamental dans la découverte de l'expansion de l'Univers.

21.3 Henrietta Leavitt

1868-1921. Astrononome Américaine.

Le travail réalisé par H. Leavitt (p. 120) à l'observatoire d'Harvard dès la fin du 19ème sicèle et sa découverte de la relation luminosité-période des céphéides (p. 163) a ouvert d'importantes perspectives pour l'astronomie en offrant un nouveau moyen de mesures de distances.

21.4 Eddington

1882-1944. Physicien britannique.

21.5 Willem de Sitter

1872-1934. Physicien et mathématicien néerlandais.

21.6 Alexandre Friedmann

1888-1925. Physicien et mathématicien russe.

21.7 Georges Lemaitre

1894-1966. Physicien belge.

21.8 Fred Hoyle

1915-2001. Physicien britannique.

Fred Hoyle (p. 121) est connu pour sa théorie de l'état stationnaire (p. 142) , qui est demeurée pendant longtemps une concurrente très plausible de la théorie du Big Bang. Il a également largement contribué à la théorie de la nucléosynthèse stellaire, et est connu pour avoir prédit la réaction triple α (formation de carbone par triple fusion de noyaux d'hélium). En 1983, Fowler se voit attribué le prix Nobel pour le travail qu'il avait mené avec Hoyle (p. 121) sur la formation des éléments au sein des étoiles. Mais Hoyle (p. 121) , lui, n'est pas récompensé. ce qui est perçu comme une décision injuste davantage motivée par la personnalité de Hoyle (p. 121) que des critères scientifiques.

21.9 Équation d'Einstein

L'équation d'Einstein est l'équation centrale de la Relativité Générale : elle relie le tenseur énergie-impulsion (p. 121) $T^{\mu\nu}$ à la géométrie de l'espace-temps et plus exactement à sa courbure via le tenseur de Ricci (p. 123) $R^{\mu\nu}$. Dans sa forme générale l'équation prend la forme suivante :

$$R^{\mu\nu} - \Lambda g^{\mu\nu} = 8\pi G \left(T^{\mu\nu} - \frac{1}{2} g^{\mu\nu} T \right) \tag{21.1}$$

Le paramètre Λ est appelé constante cosmologique. Einstein avait proposé de le rajouter dans l'équation afin de la rendre compatible avec un Univers statique (l' Univers d'Einstein (p. 137))

21.10 Tenseur Énergie-Impulsion

Le tenseur énergie-impulsion (p. 121) est, en relativité, un tenseur, ou plus exactement un champ tensoriel, représentant l'énergie et son flux en un point de l'espace-temps. Il s'agit d'un tenseur de rang 2, en général noté $T^{\mu\nu}$. La

composante $T^{\mu\nu}$ est en fait le flux à travers une hypersurface normale à l'axe ν de la composante μ du quadrivecteur énergie-impulsion.

21.10.1 Exemples

Tenseur énergie-impulsion d'un fluide parfait : Un fluide parfait à l'équilibre thermodynamique de densité d'énergie ρ et de pression p possède un tenseur énergie impulsion de la forme :

$$T^{\mu\nu} = (\rho + p)\, v^\mu v^\nu / c^2 + p g^{\mu\nu} \tag{21.2}$$

Tenseur énergie-impulsion d'une particule libre de masse m et trajectoire $t \mapsto \vec{q}(t)$:

$$T^{\mu\nu}(x^\alpha) = \gamma(v) m v^\mu v^\nu \delta^3(\vec{x} - \vec{q}(x^0)) \tag{21.3}$$

Tenseur énergie-impulsion d'un champ : Pour des champs ϕ dont la dynamique est décrite par un lagrangian $\mathcal{L}$, le tenseur énergie impulsion s'écrit :

$$T^{\mu\nu} = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu \vec{\phi})} \partial_\nu \vec{\phi} - g^{\mu\nu} \mathcal{L} \tag{21.4}$$

(Obtenu en variant l'action par une translation infinitésimale locale de l'espace temps $x^\mu \to x^\mu + \epsilon^\mu(x^\mu)$, pour des champs classiques, solutions des équations du mouvements (les équations d'Euler-Lagrange) (dits "on-shell").

21.10.2 Conservation locale et symétrie

Le tenseur énergie-impulsion (p. 121) d'un champ, d'un fluide, ou d'une particule, en négligeant les interactions gravitationnelles, vérifie l'équation de conservation locale (divergence nulle) :

$$\partial_\mu T^{\mu\nu} = 0 \tag{21.5}$$

Le tenseur $T^{\mu\nu}$ intervenant dans l'équation d'Einstein est symétrie. Or, l'expression donnée ci-dessus pour le tenseur énergie-impulsion (p. 121) d'un

champ ne l'est pas forcément. Mais il est possible de trouver un champ physiquement équivalent, vérifiant également l'équation de conservation locale, en réalisant une substituion :

$$T^{\mu\nu} \to T^{\mu\nu} + \partial_\alpha G^{\alpha\mu\nu} \tag{21.6}$$

Il suffit alors que G soit anti-symétrique en ses deux premiers indices pour que l'équation de conservation soit toujours vérifiée, et que ce terme supplémentaire absorbe la composante antisymétrique de la représentation non symétrique de $T^{\mu\nu}$.

21.11 Tenseur de Ricci

Le tenseur est Ricci, noté $R^{\mu\nu}$, est, en géométrie Riemanienne, un tenseur de rang 2 décrivant la courbure d'une variété Riemanienne (objet mathématique représentant l'espace-temps).

21.11.1 Définition

Ce tenseur R peut-être défini mathématiquement à partir de la connexion de Levi-Civita ∇. La connexion de Levi-Civita est elle même définie pour deux champs vectoriels A^μ et B^μ comme la dérivée de B dans la direction A notée $\nabla_A B$. On a alors :

$$R(X,Y) = \nabla_X \nabla_Y - \nabla_Y \nabla_X - \nabla_{[X,Y]} \tag{21.7}$$

Le lien avec la notation tensorielle est donné par :

$$R = R_{\mu\nu} dx^\mu \otimes dx^\nu \tag{21.8}$$

Une définition à partir d'une tenseur de Riemann (p. 151) est également possible :

$$R^{\mu\nu} = R^\rho_{\mu\rho\nu} \tag{21.9}$$

Ces éléments sont tirés de l'article wikipédia sur le tenseur de Ricci.

21.12 Transformation de Lorentz

La transformation de Lorentz (p. 124) est la transformation qui relie les coordonnées d'un évènements dans deux référentiels inertiels en mouvement rectiligne uniforme l'un par rapport à l'autre dans le cadre de la relativité restreinte. Elle découle naturellement de l'hypothèse selon laquelle un corps se déplaçant à la vitesse de la lumière c dans un tel référentiel doit se déplacer à cette vitesse dans tous ces référentiels.

On se donne deux référentiels $\mathcal{R}$ et $\mathcal{R}'$ partageant la même origine à $t = 0$, de mêmes axes, et tels que $\mathcal{R}'$ s'éloigne de $\mathcal{R}$ dans la direction x à vitesse constante v. Si (t, x, y, z) sont les coordonnées d'un évènement A dans $\mathcal{R}$, et (t', x', y', z') ses coordonnées dans $\mathcal{R}'$, alors :

$$\begin{cases} ct' &= \gamma(ct - \beta x) \\ x' &= \gamma(x - \beta ct) \\ y' &= y \\ z' &= z \end{cases} \tag{21.10}$$

Où $\gamma = \dfrac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$ est le facteur de Lorentz et $\beta = v/c$ le nombre de Lorentz.

La notion de transformation de Lorentz (p. 124) se généralise à d'autres quantités que les coordonnées : on appelle Quadrivecteur tout vecteur dont les composantes sont changées par passage d'un référentiel inertiel à un autre selon la transformation de Lorentz (p. 124) . C'est le cas par exemple des quadrivecteurs vitesses et accélérations dx^μ/ds et d^2x^μ/ds^2, du quadrivecteur énergie-impulsion $p^\mu = (E/c, -\vec{p})$, ou encore du quadrivecteur potentiel $A^\mu = (\phi/c, -\vec{A})$.

La transformation de Lorentz (p. 124) laisse invariante la pseudo-norme d'un quadrivecteur. C'est par exemple le cas de $dx_\mu dx^\mu = ds^2 = c^2dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2$, l'intervalle infinitésimal d'espace temps. On peut construire d'autres invariants comme le produit scalaire de deux 4-vecteur $A_\mu B^\mu = A^t B^t - A^x B^x - A^y B^y - A^z B^z$.

La loi de transformation relativiste des vitesses se déduit directement de cette

transformation. On suppose, sans perdre de généralité, la même définition des référentiels $\mathcal{R}$ et $\mathcal{R}'$ que celle précédemment donnée ; on suppose de plus qu'un corps se déplace à la vitesse $\vec{u} = (u_x, u_y, u_z)$ dans $\mathcal{R}$ et on cherche sa vitesse $\vec{u}'$ dans $\mathcal{R}'$. On remarque que $u_i = dx_i/dt$ et $u'_i = dx'_i/dt'$. De là :

$$\begin{cases} \dfrac{dx'}{dt'} & = & \dfrac{c\gamma(dx - \beta cdt)}{\gamma(cdt - \beta dx)} = \dfrac{c(u_x dt - \beta cdt)}{(cdt - \beta u_x dt)} \\ \dfrac{dy'}{dt'} & = & \dfrac{cdy}{(cdt - \beta dx)} = \dfrac{cu_y dt}{(cdt - \beta u_x dt)} \\ \dfrac{dz'}{dt'} & = & \dfrac{cdz}{(cdt - \beta dx)} = \dfrac{cu_z dt}{(cdt - \beta u_x dt)} \end{cases} \tag{21.11}$$

Ce qui donne :

$$\begin{cases} u'_x & = & \dfrac{u_x - v}{1 - vu_x/c^2} \\ u'_y & = & \dfrac{u_y}{\gamma(1 - vu_x/c^2)} \\ u'_z & = & \dfrac{u_z}{\gamma(1 - vu_x/c^2)} \end{cases} \tag{21.12}$$

21.13 Équations de Friedmann

Les équations de Friedmann (p. 125) sont les équations qui décrivent un Univers homogène isotrope obéissant aux équations d'Einstein. Pour un univers de facteur d'échelle (p. 139) a, de rayon de courbure R et constitué de différentes formes d'énergie de densités ρ_i, de pression P_i et d'équation d'état $f_i(\rho_i, P_i) = 0$:

$$\begin{cases} \dot{a}^2 - \dfrac{8\pi G}{3c^2} \displaystyle\sum_i \rho_i a^2 & = & \dfrac{kc^2}{R^2} & (1) \\ \dfrac{d}{dt}\left(\rho_i a^3\right) & = & -P_i \dfrac{d}{dt}\left(a^3\right) & (2) \\ f_i(\rho_i, P_i) & = & 0 & (3) \end{cases} \tag{21.13}$$

La première équation décrit la dynamique de l'Univers en fonction de son contenu. La seconde équation traduit le premier principe de la thermodynamique. La troisième équation indique simplement la relation entre densité et pression imposée par l'équation d'état de la i-ème forme d'énergie. On

distingue trois formes d'énergie caractéristiques d'équations d'état particulières :

— La matière "froide" (aussi dite non relativiste ou poussière). C'est la matière ordinaire massive dont la vitesse est très inférieure à celle de la lumière. Pour un gaz parfait non relativiste, $P/\rho \propto v^2/c^2$ et on peut considérer $P = 0$. L'équation (2) donne alors $\rho a^3 = \text{ cste } = \rho_0$.
— Les rayonnements. C'est la lumière ou de la matière ultrarelativiste comme les neutrinos (p. 202) ($v \sim c$). L'équation d'état est alors $P = \rho/3$. L'équation (2) donne cette fois $\rho a^4 = \text{ cste } = \rho_0$.
— L'énergie du vide. Cette énergie d'équation d'état $P = -\rho$ est équivalente à l'introduction d'une constante cosmologique (p. 152) . Selon l'équation (2), $\rho = \text{cste} = \rho_0$.
— De façon plus générale, pour une énergie d'équation d'état $P = w\rho$ où w est une constante, alors l'équation (2) implique $\rho a^{3(1+w)} = \text{cste}$

21.13.1 Paramètres de densité

On divise l'équation (1) par le carré de la constante de Hubble actuelle $H_0 = \dot{a}/a(t = 0)$, puis on la redivise par a^2. On trouve alors :

$$\frac{1}{H_0^2}\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 - \sum_i \frac{\rho_i(t)}{\rho_c} = \frac{kc^2}{R^2 H_0^2 a^2} \tag{21.14}$$

Où l'on a introduit la densité critique ρ_c :

$$\rho_c = \frac{3c^2 H_0^2}{8\pi G} \tag{21.15}$$

On suppose que l'Univers est constitué de matière froide ($\rho_m = \rho_m^0/a^3$), de rayonnement ($\rho_r = \rho_r^0/a^4$), d'énergie du vide ($\rho_v = \rho_v^0$) et d'une espèce telle que $P = w\rho$ donc $\rho_w = \rho_w^0 a^{-3(1+w)}$.

On définit le rapport entre la densité d'une espèce aujourd'hui et la densité critique actuelle comme :

$$\Omega_i \equiv \frac{\rho_i^0}{\rho_c} \tag{21.16}$$

On définit par ailleurs le paramètre de courbure Ω_k tel que :

$$\Omega_k = \frac{kc^2}{R^2 H_0^2} \tag{21.17}$$

Alors la dynamique du facteur d'échelle (p. 139) est donnée par :

$$\frac{1}{H_0^2}\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 - \left(\frac{\Omega_m}{a^3} + \frac{\Omega_r}{a^4} + \Omega_v + \frac{\Omega_w}{a^{3(1+w)}}\right) = \frac{\Omega_k}{a^2} \tag{21.18}$$

Les quantités Ω_i sont appelées "paramètres de densité", et sont plus souvent utilisées que les densités elles mêmes. Leur valeur indique la proportion d'énergie contenue sous une forme précise. En évaluant l'équation à $t = 0$ il vient :

$$1 - \Omega_m - \Omega_r - \Omega_v - \Omega_w = \Omega_k \tag{21.19}$$

Cette équation signifie que la courbure de l'Univers est imposée différence entre la densité critique (p. 143) et la densité totale ρ_{total}. Une densité totale inférieure à ρ_c implique $\Omega_k > 0$ et donc un Univers hyperbolique. A l'inverse, $\rho_{total} < \rho_c$ implique une géométrie sphérique. Le cas d'égalité correspond à un Univers plat.

21.13.2 Démonstration

...

21.13.3 Solutions particulières de l'équation de Friedmann

On peut résoudre l'équation de Friedmann dans un certain nombre de configurations particulières. Par exemple on peut considérer en effet que l'Univers est dominé par une certaine forme d'énergie

Univers de poussière

Dans un tel univers, $P = 0$. De là le facteur d'échelle (p. 139) obéit à l'équation :

$$\dot{a}^2 - H_0^2 \frac{\Omega_m}{a} = \frac{kc^2}{R^2} = H_0^2 \Omega_k = H_0^2 (1 - \Omega_m) \tag{21.20}$$

Cette équation ressemble beaucoup à l'équation du mouvement d'une particule-test dans le champ gravitationnel d'une masse M (problème à deux corps) :

$$\frac{1}{2}\dot{x}^2 - \frac{GM}{x} = E \tag{21.21}$$

Cela est naturel puisque la matière froide n'est pas relativiste et la matière non relativiste est décrite par la mécanique newtonienne.

Il y a alors 3 solutions possibles selon le signe de k/R^2, de même qu'il existe trois solutions possibles au problème à deux corps (trajectoire hyperbolique, parabolique ou elliptique).

— Pour un Univers plat ($k/R^2 = 0$, $\Omega_m = 1$), en expansion, la solution est alors, si $a(0) = 1$ où $t = 0$ désigne l'époque actuelle :

$$a^{3/2}(t) = 1 + \frac{3}{2} H_0 t \tag{21.22}$$

Cet univers "nait" à $t = -\frac{2}{3} H_0$ et ne cesse de s'expandre depuis. Son âge est donc $T = \frac{2}{3} H_0$.

— Pour un Univers sphérique ($k/R^2 < 0$, $\Omega_m > 1$), la solution est alors :

$$\left(\frac{\Omega_m}{\Omega_m - 1}\right)^{3/2} \left[u\sqrt{1-u^2} - \sin^{-1} u\right]_{\sqrt{(\Omega_m-1)/\Omega_m}}^{\sqrt{a(\Omega_m-1)/\Omega_m}} = \mp\sqrt{\Omega_m} t \tag{21.23}$$

— Pour un Univers hyperbolique ($\Omega_m < 1$) :

$$\left(\frac{\Omega_m}{(1 - \Omega_m)}\right)^{3/2} \left[u\sqrt{1+u^2} - \sinh^{-1} u\right]_{\sqrt{(1-\Omega_m)/\Omega_m}}^{\sqrt{a(1-\Omega_m)/\Omega_m}} = \pm\sqrt{\Omega_m} t \tag{21.24}$$

Preuve :

On réécrit l'équation sous la forme :

$$\left(\frac{da}{dt}\right)^2 - \frac{\beta}{a(t)} = \alpha \tag{21.25}$$

Puis par séparation des variables on en déduit :

$$\frac{da}{\sqrt{\frac{1}{a} + \frac{\alpha}{\beta}}} = \pm\sqrt{\beta}dt \tag{21.26}$$

Ceci vaut par ailleurs :

$$\frac{\sqrt{a}da}{\sqrt{1 + a\frac{\alpha}{\beta}}} = \pm\sqrt{\beta}dt \tag{21.27}$$

Si maintenant $\alpha > 0$:

On réalise le changement de variable $a\frac{\alpha}{\beta} = \sinh^2 x$ (bien défini car $\alpha/\beta > 0$ et par bijection de $\sinh^2$ de $\mathbb{R}^+$ dans $\mathbb{R}^+$).

De là $\sqrt{1 + a\frac{\alpha}{\beta}} = \cosh x$. Par ailleurs, $\sqrt{a} = \sinh(x)\sqrt{\beta/\alpha}$.

L'équation différentielle à variables séparées devient :

$$\frac{|\sinh(x)|\sqrt{\beta/\alpha}2\beta\cosh x\sinh x dx}{\alpha\cosh x} = \pm\sqrt{\beta}dt \tag{21.28}$$

C'est-à-dire :

$$2\left(\frac{\beta}{\alpha}\right)^{3/2}\sinh^2(x)dx = \pm\sqrt{\beta}dt \tag{21.29}$$

Or, $\sinh^2(x) = (\cosh(2x) - 1)/2$ si bien que cette équation s'intègre simplement :

$$\left(\frac{\beta}{\alpha}\right)^{3/2} \left[\frac{1}{2}\sinh(2x) - x\right]_{\sinh^{-1}\sqrt{\alpha/\beta}}^{\sinh^{-1}\sqrt{a\alpha/\beta}} = \pm\sqrt{\beta}t \tag{21.30}$$

Or ceci est équivalent à :

$$\left(\frac{\beta}{\alpha}\right)^{3/2} [\sinh(x)\cosh(x) - x]_{\sinh^{-1}\sqrt{\alpha/\beta}}^{\sinh^{-1}\sqrt{a\alpha/\beta}} = \pm\sqrt{\beta}t \tag{21.31}$$

Et finalement, en remarquant que $\cosh(\sinh^{-1}(u)) = \sqrt{1+u^2}$:

$$\left(\frac{\beta}{\alpha}\right)^{3/2} \left[u\sqrt{1+u^2} - \sinh^{-1} u\right]_{\sqrt{\alpha/\beta}}^{\sqrt{a\alpha/\beta}} = \pm\sqrt{\beta}t \tag{21.32}$$

Ce qui est la solution recherchée, sous une forme implicite.

Si maintenant $\alpha < 0$: On réalise désormais le changement de variable $a\dfrac{\alpha}{\beta} = -\sin^2 x$. Ceci est possible car la positivité de $\dot{a}^2$ entraine que $a \leq -\dfrac{\beta}{\alpha}$ donc $0 \geq a\dfrac{\alpha}{\beta} \geq -1$.

De façon analogue au cas $\alpha > 0$ on peut alors montrer que :

$$2\left(-\frac{\beta}{\alpha}\right)^{3/2} \sin^2(x)dx = \mp\sqrt{\beta}dt \tag{21.33}$$

Et de là :

$$\left(-\frac{\beta}{\alpha}\right)^{3/2} \left[x - \frac{1}{2}\sin(2x)\right]_{\sin^{-1}\sqrt{-\alpha/\beta}}^{\sin^{-1}\sqrt{-a\alpha/\beta}} = \mp\sqrt{\beta}t \tag{21.34}$$

D'où l'on tire la solution :

$$\left(-\frac{\beta}{\alpha}\right)^{3/2}\left[u\sqrt{1-u^2}-\sin^{-1}u\right]_{\sqrt{-\alpha/\beta}}^{\sqrt{-a\alpha/\beta}}=\mp\sqrt{\beta}t \tag{21.35}$$

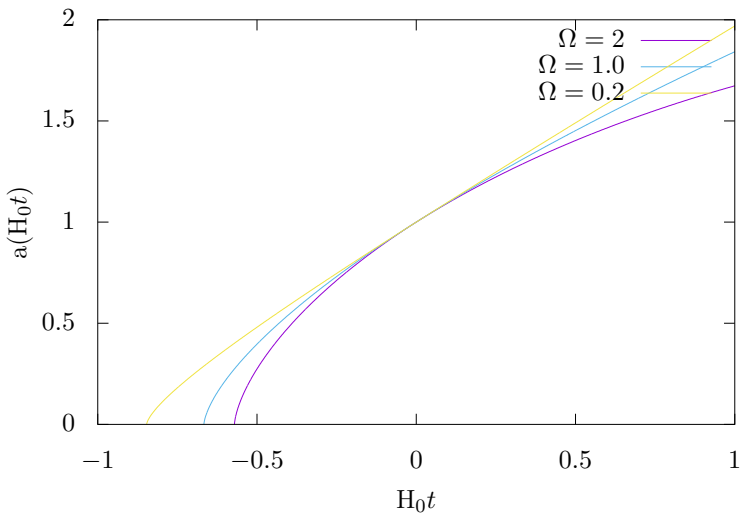


FIGURE 21.1 – **Facteur d'échelle d'un univers dominé par de la matière non relativiste**. Évolution du facteur d'échelle (p. 139) pour un Univers dominé par la poussière et pour différentes valeurs de Ω_m.

Univers de rayonnement (ou de lumière)

Un univers dominé par les radiations obéit à l'équation d'état $P = \rho/3$. L'équation (2) donne alors $\rho a^4 =$ cste $= \rho_0$. Alors l'équation à résoudre est :

$$\dot{a}^2 - H_0^2\frac{\Omega_r}{a^2} = H_0^2(1-\Omega_r) \tag{21.36}$$

On suppose par ailleurs $\dot{a} > 0$.

— La solution en Univers plat est alors simple : $a^2(t) - 1 = 2H_0t$
— Pour $k \neq 0$ ($\Omega_r \neq 1$)

$$\frac{1}{1-\Omega_r}\left[\sqrt{(1-\Omega_r)a^2+\Omega_r}-1\right]=H_0t \tag{21.37}$$

Si de plus $k<0$ (géométrie sphérique), alors l'Univers atteint une densité minimale ($a \leq \sqrt{\frac{\Omega_r}{\Omega_r-1}}$) puis se recontracte.

Preuve :

On réécrit l'équation sous la forme :

$$\left(\frac{da}{dt}\right)^2-\frac{\beta}{a^2}=\alpha \tag{21.38}$$

Qu'on résout par séparation des variables :

$$\frac{da}{\sqrt{\alpha+\beta/a^2}}=\frac{ada}{\sqrt{\alpha a^2+\beta}}=dt \tag{21.39}$$

Ce qui intégré entre $a(t=0)=1$ et $a(t)$ donne :

$$\frac{1}{\alpha}\left(\sqrt{\alpha a^2+\beta}-\sqrt{\alpha+\beta}\right)=t \tag{21.40}$$

Cet Univers existe tant que $a^2 \geq -\frac{\alpha}{\beta}$. Si $k<0$, alors ceci requiert $a \geq \sqrt{\frac{-\alpha}{\beta}}=a_{min}$. Ce facteur d'échelle (p. 139) minimum est atteint pour $t=-\sqrt{\alpha+\beta}$.

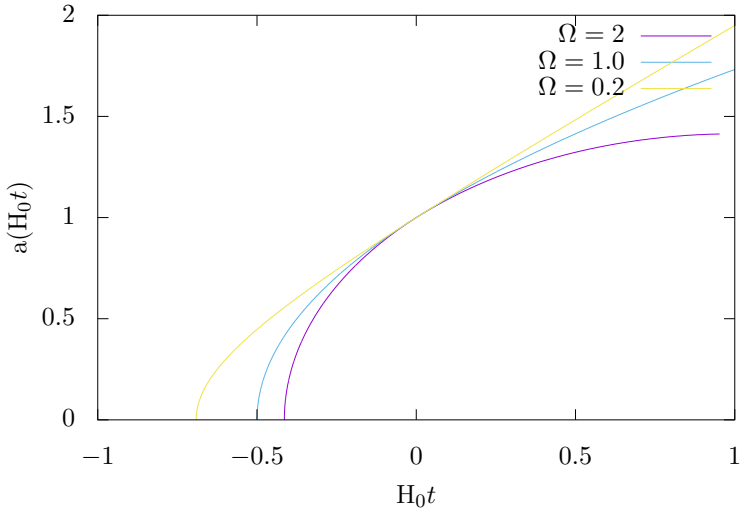


FIGURE 21.2 – **Facteur d'échelle d'un univers dominé par le rayonnement**. Évolution du facteur d'échelle (p. 139) pour un Univers dominé par le rayonnement pour différentes valeurs de Ω_r.

Univers d'énergie du vide

L' énergie du vide (p. 152) a pour équation d'état $P = -\rho$ ce qui après résolution de (2) donne $\rho =$ cste $= \rho_0$. Dès lors :

$$\dot{a}^2 - H_0^2 \Omega_\Lambda a^2 = H_0^2 (1 - \Omega_\Lambda) \tag{21.41}$$

— La solution en Univers plat est alors :

$$a(t) = \exp(H_0 t) \tag{21.42}$$

Un tel Univers peut alors s'expandre ou se contracter de façon exponentielle.

— $k > 0$, $\Omega_\Lambda < 1$ (géométrie hyperbolique)

$$\begin{cases} a(t) = & A \sinh\left[H_0\sqrt{\Omega_\Lambda}(t+T)\right] \\ T = & \pm\tau \tanh^{-1}\sqrt{\Omega_\Lambda} \\ A = & \sqrt{\dfrac{1-\Omega_\Lambda}{\Omega_\Lambda}} \\ \tau = & 1/H_0\sqrt{\Omega_\Lambda} \end{cases} \tag{21.43}$$

Cet Univers atteint une densité infinie à la date T, soit antérieure, soit postérieure à la date actuelle.

— $k < 0$, $\Omega_\Lambda > 1$(géométrie sphérique) :

$$\begin{cases} a(t) = & A \cosh\left[H_0\sqrt{\Omega_\Lambda}(t+T)\right] \\ T = & \pm\tau \tanh^{-1} 1/\sqrt{\Omega_\Lambda} \\ A = & \sqrt{\dfrac{\Omega_\Lambda-1}{\Omega_\Lambda}} \\ \tau = & 1/H_0\sqrt{\Omega_\Lambda} \end{cases} \tag{21.44}$$

Cet Univers atteint une densité maximale à la date T, soit antérieure, soit postérieure à la date actuelle.

Preuve

L'équation de Friedmann peut être réécrite sous la forme

$$\dot{a}^2 - \beta a^2 = \alpha \tag{21.45}$$

En la dérivant il vient alors :

$$\ddot{a} - \beta a = 0 \tag{21.46}$$

La solution générale de cette équation a donc pour forme :

$$a(t) = \lambda \cosh(\sqrt{\beta}t) + \mu \sinh(\sqrt{\beta}t) \tag{21.47}$$

Par ailleurs $a(0) = 1$ donc $\lambda = 1$. D'autre part $\dot{a}^2(0) = \alpha + \beta$
Donc $\mu^2\beta = \alpha + \beta$ et $\mu = \pm\sqrt{1 + \dfrac{\alpha}{\beta}}$
Et finalement :

$$a(t) = \cosh(\sqrt{\beta}t) \pm \sqrt{1 + \frac{\alpha}{\beta}} \sinh(\sqrt{\beta}t) \tag{21.48}$$

On veut mettre ceci sous la forme $a(t) = A\cosh\sqrt{\beta}(t-T)$. On utilise pour cela la relation $\cosh(x+y) = \cosh(x)\cosh(y) + \sinh(x)\sinh(y)$. On a alors :

$$A\cosh\sqrt{\beta}t\cosh\sqrt{\beta}T - A\sinh\sqrt{\beta}t\sinh\sqrt{\beta}T = \cosh(\sqrt{\beta}t) \pm \sqrt{1+\frac{\alpha}{\beta}}\sinh(\sqrt{\beta}t) \tag{21.49}$$

De cela on tire à la fois $A\cosh\sqrt{\beta}T = 1$ et $\pm A\sinh\sqrt{\beta}T = \sqrt{1+\frac{\alpha}{\beta}}$. Ce qui entraine :

$$\begin{cases} T = & \mp\frac{1}{\sqrt{\beta}}\tanh^{-1}\sqrt{1+\frac{\alpha}{\beta}} \\ A = & \sqrt{-\frac{\alpha}{\beta}} \end{cases} \tag{21.50}$$

Ceci n'est donc possible que si $\alpha < 0$. Dans ce cas on a bien :

$$a(t) = -\sqrt{\frac{\alpha}{\beta}}\cosh\left[\sqrt{\beta}t - \tanh^{-1}\sqrt{1+\frac{\alpha}{\beta}}\right] \tag{21.51}$$

Dans le cas $\alpha > 0$, on peut écrire $a(t)$ sous la forme $A\sinh\sqrt{\beta}(t-T)$. On invoque cette fois l'égalité $\sinh(x+y) = \sinh(x)\cosh(y) + \sinh(y)\cosh(x)$. Cette fois il apparait que :

$$\begin{cases} T = & \mp\frac{1}{\sqrt{\beta}}\tanh^{-1}\sqrt{\frac{1}{1+\frac{\alpha}{\beta}}} \\ A = & \sqrt{+\frac{\alpha}{\beta}} \end{cases} \tag{21.52}$$

Enfin, si $\alpha = 0$, alors $\mu = \pm 1$, donc $a(t) = \exp\frac{1}{\sqrt{\beta}}t$

Notons que si l'énergie du vide est l'effet d'une constante cosmologique (p. 152) Λ non nulle alors $\Omega_\Lambda = \Lambda c^2/3H_0^2$.

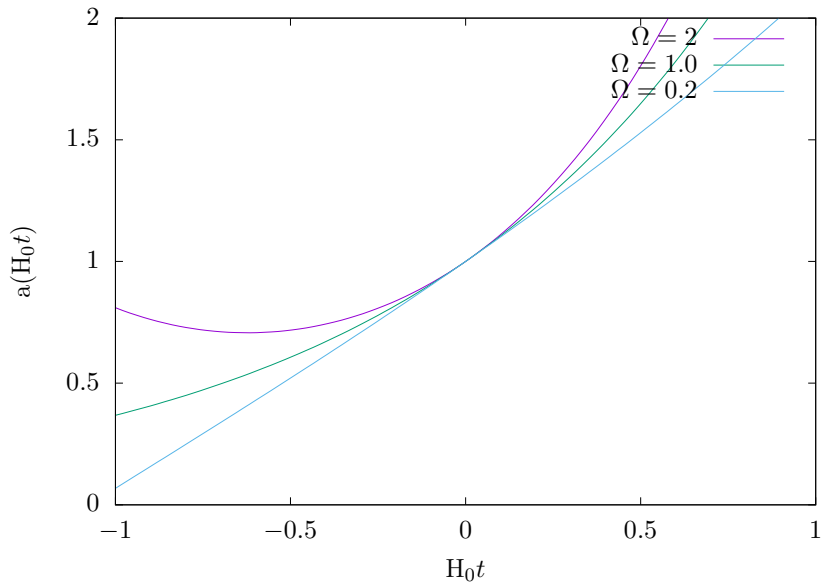


FIGURE 21.3 – **Facteur d'échelle d'un univers dominé par la constante cosmologique**. Évolution du facteur d'échelle (p. 139) pour un Univers dominé par la constante cosmologique (p. 152) (ou l' énergie du vide (p. 152) si $w = -1$) pour différentes valeurs de Ω_Λ.

Univers vide

Un univers vide vérifie simplement l'équation

$$\dot{a}^2 = H_0^2 \Omega_k = H_0^2 \tag{21.53}$$

Un tel Univers ne peut être de géométrie sphérique ! Il est hyperbolique ou plat en l'absence d'expansion. La solution est alors :

$$a(t) = \pm H_0 t + 1 \tag{21.54}$$

L'âge d'un tel Univers (s'il est en expansion) ou son espérance de vie (s'il est en contraction) est alors $T = R/c = 1/H_0$. Un Univers plat et vide est statique.

21.14 Principe Cosmologique

Le principe cosmologique (p. 137) est un ensemble d'hypothèses faites sur l'Univers à grande échelle. Ces hypothèses sont les suivantes : **L'Univers est homogène** : A chaque instant les propriétés de l'Univers sont identiques en tout point de l'espace **L'Univers est isotrope** : Il n'existe aucune direction privilégiée en aucun point de l'espace à chaque instant

Certains modèles cosmologiques sont basés sur le principe cosmologique (p. 137) dit "parfait", qui en plus du principe cosmologique (p. 137) standard contient l'hypothèse d'homogénéité du temps. Un exemple de modèle respectant ce principe est la théorie de l'état stationnaire (p. 142) .

21.15 L'Univers d'Einstein

L'univers d'Einstein (aussi appelé "modèle A") est un modèle d'Univers statique essentiellement constitué de matière non relativiste. On montre (par exemple en partant des équations de Friedmann (p. 125)) que dans un tel Univers, avec constante cosmologique, le facteur d'échelle (p. 139) a vérifie l'équation :

$$\dot{a}^2 + E(a) = K \tag{21.55}$$

Où $E(a)$ peut être considéré comme un terme "d'énergie potentielle" d'expression :

$$E(a) = -\frac{8\pi G}{3}\left(\frac{\rho_0}{a} + \rho_v a^2\right) \tag{21.56}$$

Ici, ρ_0 est la densité d'énergie sous forme de matière non relativiste à notre époque (date à laquelle $a = 1$) et $\rho_v = \dfrac{\Lambda c^2}{8\pi G}$ représente l'" énergie du vide (p. 152) ". La première équation se lit alors : "l'énergie cinétique de l'Univers + son énergie potentielle est égale à une constante K". La courbe de l'énergie potentielle est représentée sur la figure suivante :

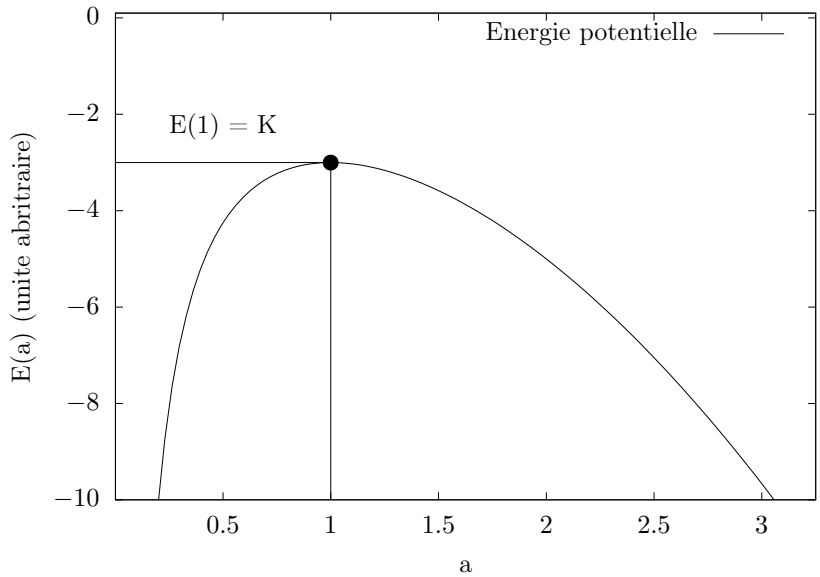


FIGURE 21.4 – **Courbe d'énergie potentielle en fonction du facteur d'échelle.**. On en déduit l'existence d'une position d'équilibre (instable), et que $K < 0$.

Einstein pensant l'Univers statique, il est nécessaire que son modèle autorise une situation d'équilibre. Cet équilibre est atteint lorsque $E'(a) = 0$. Cela n'est possible que si $\rho_v \neq 0$: c'est la raison pour laquelle Einstein fit intervenir la constante cosmologique (p. 152) . Le terme en $-1/a$ est un potentiel attractif de type gravitationnel newtonien classique. Le terme en $-a^2$ est un terme répulsif qui autorise un équilibre. Celui-ci est atteint si $\rho_o = 2\rho_v$, ce qui impose une valeur exacte pour Λ ("fine-tuning"). Le fait que K doive être négatif signifie qu'un tel Univers possède une géométrie sphérique. Il faut également noter que l'équilibre est instable, et donc ne peut expliquer seul le caractère statique.

21.16 L'Univers de De Sitter

L'univers de Sitter aussi appelé " modèle B (p. 138) " est un Univers vide avec constante cosmologique (p. 152) quelconque. Il est équivalent à une Univers sans d'autre forme d'énergie que d' énergie du vide (p. 152) .

21.17 Facteur d'échelle

Le facteur d'échelle (p. 139) à l'instant t noté $a(t)$ est le rapport entre la distance séparant deux points immobiles dans l'espace homogène isotrope à l'instant t et cette distance à un instant de référence t_0 tel que $a(t_0) = 1$. Ainsi, dans un univers en expansion, a augmente. Dans une métrique homogène isotrope, le facteur d'échelle (p. 139) intervient dans le tenseur métrique. L'intervalle ds^2 est alors donné par :

$$ds^2 = c^2dt^2 - a^2(t)\left[\frac{dr^2}{1+kr^2/R^2} + r^2\left(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2\right)\right] \tag{21.57}$$

Ici, k peut valoir 1 (géométrie hyperbolique), ou -1 (géométrie sphérique), et la constante R est le rayon de courbure de l'univers (c'est par conséquent la longueur typique à partir de laquelle le caractère non euclidien de l'espace devient sensible). On peut introduire la coordonnée comobile χ telle que :

$$\begin{cases} r &= R\sin\dfrac{\chi}{R} \text{ si } k<0 \\ r &= \chi \text{ si } k=0 \\ r &= R\sinh\dfrac{\chi}{R} \text{ si } k>0 \end{cases} \tag{21.58}$$

On écrit parfois :

$$r = S_k(\chi) \tag{21.59}$$

Où :

$$\begin{cases} S_k(\chi) &= R\sin\dfrac{\chi}{R} \text{ si } k<0 \\ S_k(\chi) &= \chi \text{ si } k=0 \\ S_k(\chi) &= R\sinh\dfrac{\chi}{R} \text{ si } k>0 \end{cases} \tag{21.60}$$

21.18 Temps conforme

Le temps conforme η est un choix de coordonnée temporelle qui est relié au temps cosmologique et au facteur d'échelle (p. 139) par la relation :

$$d\eta = \frac{dt}{a(t)} \tag{21.61}$$

Avec ce choix de coordonée temporelle, et des coordonées spatiales appropriées, la métrique s'écrit alors :

$$g_{\mu\nu} = \begin{bmatrix} a^2(\eta) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -a^2(\eta) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -a^2(\eta) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -a^2(\eta) \end{bmatrix} \tag{21.62}$$

Une propriété du temps conforme (p. 139) est que la lumière parcoure une distance comobile toujours égale à $cd\eta$ pendant un intervalle $d\eta$.

21.19 Univers d'Einstein-de Sitter

L'Univers d'Enstein-De Sitter est un modèle cosmologique minimal proposé au début des années 1930 par les deux physiciens ayant pour but de répondre aux observations faites à l'époque. Un tel Univers doit être en expansion, plat (pas de signe de courbure à l'époque), constitué uniquement de matière non relativiste et sans constante cosmologique (p. 152) . La solution est donnée par les équations de Friedmann (p. 125) :

$$a^{3/2}(t) = 1 + \frac{3}{2}\sqrt{\frac{8\pi G\rho_0}{3c^2}}t \tag{21.63}$$

Afin de vérifier la validité de ce modèle, Einstein et de Sitter calculent la " constante de Hubble (p. 154) " associée :

$$H_0^2 = \left(\frac{\dot{a}}{a}(t=0)\right)^2 = \frac{8\pi G\rho_0}{3c^2} \tag{21.64}$$

Soit

$$\rho_0 = \frac{3(cH_0)^2}{8\pi G} \tag{21.65}$$

A l'époque, on pense d'après les travaux d'Hubble que $H_0 \simeq 500$ km/s/Mpc, ce qui donne $\rho_0/c^2 \simeq 4 \times 10^{-25}$ kg.m^3. De même, en 1930, la distance à la

galaxie la plus proche est évaluée à environ $L = 10^6$ années lumières et la masse de la notre à $M = 10^{11} M_\odot$ (d'après Oort) ce qui suggère $\rho \sim M/L^3 \sim 2 \times 10^{-25}$ kg.m^3. Le modèle est alors considéré comme plutôt en accord avec les observations.

Par ailleurs l'âge maximal d'un tel univers est $T = \frac{2}{3}\frac{1}{H_0}$. D'après la valeur de H_0 de 1932, $T \simeq 1,3 \times 10^9$ Ga. On pense d'abord que l'âge de la Terre est aux alentours de 2 Ga avec une grande incertitude. Plus tard on découvre qu'en fait, la Terre est plus vieille, et qu'il y a donc un problème soit avec la valeur de H_0 soit avec le modèle utilisé. D'autre part, la densité de matière froide est en fait de l'ordre de 3×10^{-27} kg.m^3.

21.19.1 Singularité initiale ?

Ce modèle a la particularité de faire apparaitre une "singularité", un état de densité infinie. Ceci fait apparaitre un âge maximal pour l'Univers, mais on ne sait pas dans les années 1930-1940 si celui-ci est vraiment "né" de cet état particulier. Certains physiciens rejettent alors cette idée pour des raisons philosophiques (un tel scénario rappelant certaines thèses religieuses).

21.19.2 Abandon de la constante cosmologique

Ce modèle marque le début du rejet de la constante cosmologique (p. 152) . Dans un Univers non statique celle-ci n'est plus absolument nécessaire à Einstein et on peut d'après les observations de l'époque se passer d'elle a priori.

> the term containing the "cosmological constant" Λ was introduced into the field equations in order to enable us to account theoretically for the existence of a finite mean density in a static universe. It now appears that in the dynamical case this end can be reached without the introduction of Λ. »

(Einstein, 1932)

Einstein dira plus tard que l'introduction de cette constante était "la plus grande erreur de sa vie".

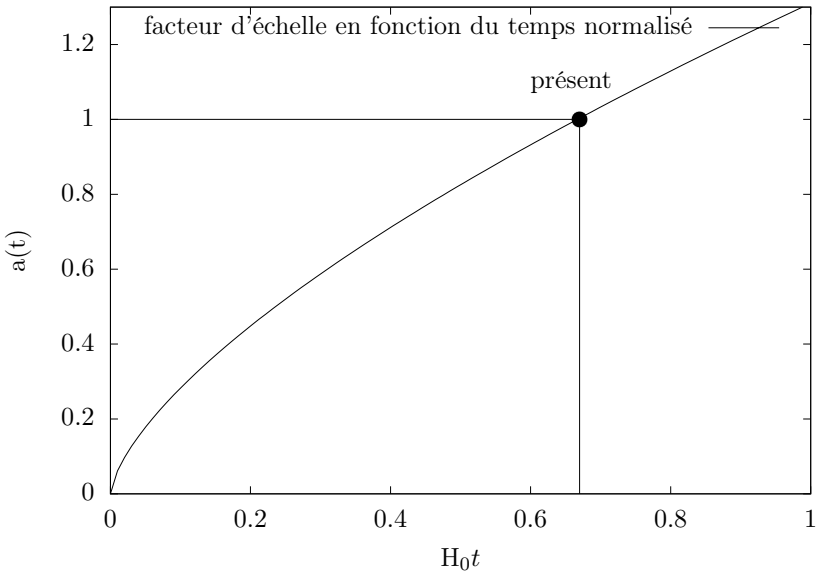


FIGURE 21.5 – **Evolution du facteur d'échelle**. Facteur d'échelle dans le modèle d'Einstein - de Sitter, exprimé en fonction du temps normalisé, avec comme origine la singularité initiale.

21.20 Théorie de l'état stationnaire

La théorie de l'état stationnaire, ou "steady-state theory" en anglais, est une théorie avancée par Fred Hoyle en 1948. Son objectif était de résoudre un certain nombre de problèmes des modèles d'Einstein-de Sitter et de Lemaitre (p. 120) -Friedmann, notamment celui de l'âge de l'Univers que ces théories prédisaient puisqu'il était trop petit par rapport à l'âge de certains objets comme la Terre. Cette théorie repose sur l'idée que de la matière est créée en permanence dans l'univers de façon à compenser exactement la diminution de densité due à l'expansion. Ainsi, dans ce modèle, la densité de matière demeure constante et l'Univers est en tout âge semblable bien qu'il soit en expansion : il respecte le principe cosmologique (p. 137) parfait. L'apport de matière se ferait par la création ininterrompue et homogène de particules dans l'espace (par exemple des atomes d'hydrogène). Un tel Univers se comporte comme un Univers vide avec constante cosmologique non nulle (puisque celle-ci est équivalente à une densité d'énergie constante). S'il est

plat, alors le facteur d'échelle évolue simplement selon :

$$a(t) = \exp(H_0 t) \text{ et } H_0 = \sqrt{\frac{8\pi G \rho_0}{3c^2}} \tag{21.66}$$

Où ρ_0 est la densité d'énergie de masse de l'Univers, identique à toute date. On remarque que la relation densité-constante de Hubble est identique à celle de l'Univers d'Einstein-de Sitter, or à l'époque on pensait que celle-ci donnait de bons résultats. Le modèle d' Hoyle (p. 121) reprend donc les succès des modèles non-stationnaires (expansion et relation densité- constante de Hubble (p. 154)) et semble par ailleurs en résoudre d'autres (âge de l'Univers).

21.20.1 Formalisme

21.20.2 Échecs du modèle

Voir l'article Victoire du Big Bang, rejet de l'Univers stationnaire (p. 39)

21.21 Densité critique

La densité critique (p. 143) est une densité caractéristique d'énergie de l'Univers. Elle est liée à la constante de Hubble (p. 154) par la relation :

$$\rho_c = \frac{3(H_0 c)^2}{8\pi G} \tag{21.67}$$

Elle est parfois exprimée en kg.m^{-3} plutôt qu'en J.m^{-3} auquel cas elle s'écrit simplement $3H_0^2/8\pi G$. Sa valeur est d'environ 9×10^{-27} kg.m^{-3}.

La différence entre la densité d'énergie totale de l'Univers et sa densité critique détermine sa courbure. Si $\rho = \rho_c$, l'Univers est plat. Si $\rho < \rho_c$, l'Univers est hyperbolique. Sinon, il est sphérique. Ce résultat découle directement des équations de Friedmann (p. 125) .

21.22 Distance de luminosité

La distance de luminosité (p. 144) d'une source irradiant de la lumière est la distance d_L telle que le flux F que l'on en reçoit est égal à :

$$F = \frac{L}{4\pi d_L^2} \tag{21.68}$$

Où L est la luminosité (en W) de la source.

Cette grandeur est très utile en astronomie et a permis de grandes avancées en cosmologie. En effet, elle est accessible expérimentalement pour tous les objets dont on connait la magnitude absolue (ou luminosité intrinsèque), comme les céphéides ou les supernovas Ia. Pour de petites distances, la distance de luminosité (p. 144) est égale à la "distance" usuelle et cela en donne une mesure directe (c'est ainsi que furent mesurées les distances aux nébuleuses spirales et que fut découverte la loi de Hubble). Pour de grandes distances, dans un Univers en expansion, d_L évolue de façon particulière : le redshift (décalage vers le rouge) et l'augmentation du temps de parcours de la lumière avec le temps diluent l'énergie de la source ; par ailleurs l'expansion affecte directement la taille du front d'onde lumineux. Pour un modèle cosmologique donné, on peut calculer la distance d_L à partir du seul redshift z d'un objet céleste. Or, le redshift z est également accessible expérimentalement. Cela permet de contraindre ou rejeter des modèles d'expansion.

21.22.1 Calcul de $z \mapsto d_L(z)$

Soit une source A comobile émettant ΔN photons de fréquence ν_e en un temps Δt_e à partir de l'instant t_e. La puissance émise est alors $L = \frac{\Delta N}{\Delta t_e} h\nu_e$. On place un récepteur B comobile à une distance comobile χ de A. L'onde lumineuse se propage et atteint sa cible au temps t_r. Le rayon du front d'onde est alors donné par :

$$l(\chi) = r(\chi)a(t_r) = a(t_r)S_k\left(\int_{t_e}^{t_r} \frac{cdt}{a(t)}\right) \tag{21.69}$$

où :

$$\begin{cases} S_k(\chi) &= R\sin\dfrac{\chi}{R} \text{ si } k<0 \\ S_k(\chi) &= \chi \text{ si } k=0 \\ S_k(\chi) &= R\sinh\dfrac{\chi}{R} \text{ si } k>0 \end{cases} \tag{21.70}$$

La surface du front d'onde vaut alors $4\pi l^2$. Les ΔN photons (leur nombre est conservé) sont reçus entre t_r et $t_r + \Delta t_r$. Puisque le dernier et le premier photon ont parcouru la même distance comobile χ il vient que :

$$\chi = \int_{t_e}^{t_r} \frac{cdt}{a(t)} = \int_{t_e+\Delta t_e}^{t_r+\Delta t_r} \frac{cdt}{a(t)} \tag{21.71}$$

Dans la limite où $\Delta t_e \to 0$ (on étudie le flux instantané de photons), alors en décomposant cette intégrale par relation de Chasles et en négligeant les variations de $a(t)$ on trouve :

$$\frac{\Delta t_r}{\Delta t_e} = \frac{a(t_r)}{a(t_e)} = 1+z \tag{21.72}$$

Par ailleurs les photons qui arrivent en B ont subi un décalage spectral z de même valeur si bien que leur fréquence à l'"arrivée" vérifie :

$$\frac{\nu_r}{\nu_e} = \frac{a(t_e)}{a(t_r)} = 1+z = \frac{\Delta t_r}{\Delta t_e} \tag{21.73}$$

Finalement il vient donc que la puissance reçue sur la totalité du front d'onde est :

$$P = \frac{\Delta N}{\Delta t_r} h\nu_r = \frac{L}{(1+z)^2} \tag{21.74}$$

Par ailleurs puisque le front d'onde a une surface $4\pi l^2$ il vient :

$$F = \frac{P}{4\pi l^2} = \frac{L}{4\pi\left(l(1+z)\right)^2} \tag{21.75}$$

De là :

$$d_L = (1+z)a(t_r)S_k\left(\int_{t_e}^{t_r} \frac{cdt}{a(t)}\right) \tag{21.76}$$

Les observations que nous faisons sont réalisées à $t_r = 0$, donc :

$$d_L = (1+z)S_k\left(\int_{t_e}^{0}\frac{cdt}{a(t)}\right) \tag{21.77}$$

On peut montrer à partir de l'équation de Friedmann que cette intégrale vaut, dans un Univers de poussière et d' énergie du vide (p. 152) :

$$\int_{t_e}^{0}\frac{cdt}{a(t)} = \int_0^z \frac{dz'}{H_0\sqrt{\Omega_\Lambda + (1-\Omega_\Lambda-\Omega_m)\,(1+z')^2 + \Omega_m(1+z')^3}} \tag{21.78}$$

Et :

$$d_L = (1+z)S_k\left(\int_0^z \frac{cdz'}{H_0\sqrt{\Omega_\Lambda + (1-\Omega_\Lambda-\Omega_m)\,(1+z')^2 + \Omega_m(1+z')^3}}\right) \tag{21.79}$$

Pour un Univers plat cette expression se simplifie en :

$$d_L = (1+z)\frac{c}{H_0}\int_0^z \frac{dz'}{\sqrt{\Omega_\Lambda + \Omega_m(1+z')^3}} \tag{21.80}$$

21.22.2 Comparaison entre modèles d'Univers

Dans le graphe ci-dessous, la relation $z \mapsto d_L(z)$ est calculée pour 3 modèles différents. Pour des valeurs suffisantes de z les divergences permettent de contraindre les paramètres cosmologiques.

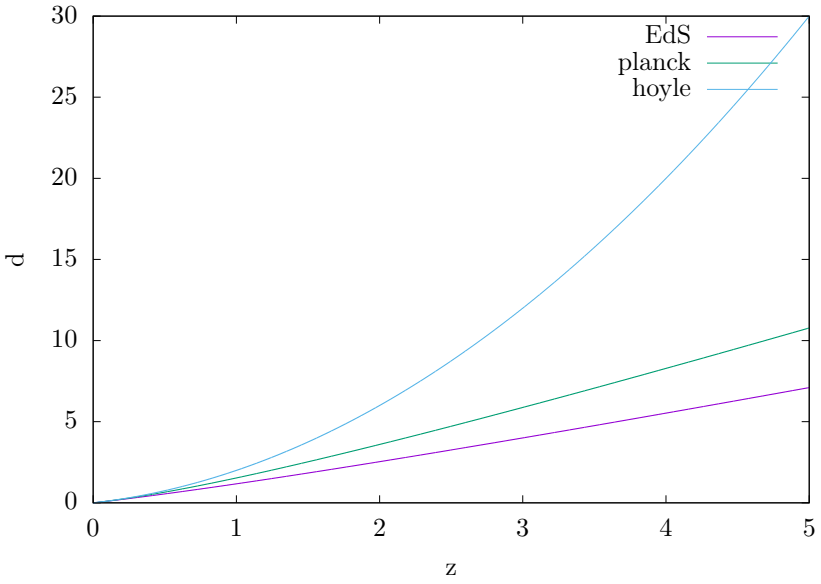


FIGURE 21.6 – **Distance de luminosité en fonction du redshift**. Courbe $z \mapsto d_L(z)$ pour plusieurs modèles cosmologiques : Einstein-de Sitter, Hoyle (p. 121) , et ΛCDM d'après Planck 2013.

(source)

La première image représente le front d'onde d'un signal lumineux d'une source à $z = 5$, reçu aujourd'hui (à $t = 0$). Le quadrillage représente les coordonnées comobiles. Le facteur d'échelle (p. 139) évolue selon $a(t) = \exp(H_0 t)$ (expansion accélérée) Le deuxième graphe représente la distance comobile parcourue par le signal au cours du temps. Le dernier graphe représente la distance de luminosité (p. 144) telle qu'évaluée en tout point du front d'onde à chaque instant.

(source)

La première image représente le front d'onde d'un signal lumineux d'une source à $z = 5$, reçu aujourd'hui (à $t = 0$). Le quadrillage représente les coordonnées comobiles. Le facteur d'échelle (p. 139) évolue selon $a(t) = \left(\frac{3H_0 t}{2}\right)^{2/3}$ (expansion ralentie) Le deuxième graphe représente la distance comobile parcourue par le signal au cours du temps. Le dernier graphe re-

présente la distance de luminosité (p. 144) telle qu'évaluée en tout point du front d'onde à chaque instant.

21.22.3 Découverte de l'accélération de l'expansion de l'Univers

La mesure de la relation distance de luminosité (p. 144) -redshift a permis en 1998 la découverte de l'accélération de l'expansion de l'Univers (voir Découverte de l'accélération de l'expansion de l'Univers (p. 65)).

Les supernovas de type Ia constituent de bonnes chandelles standard. On connait donc à la fois leur magnitude absolue et apparente ce qui donne leur distance de luminosité (p. 144) d_L. Un fit est réalisé ci-dessous dans le cadre d'un Univers plat constitué de matière froide et d'énergie noire.

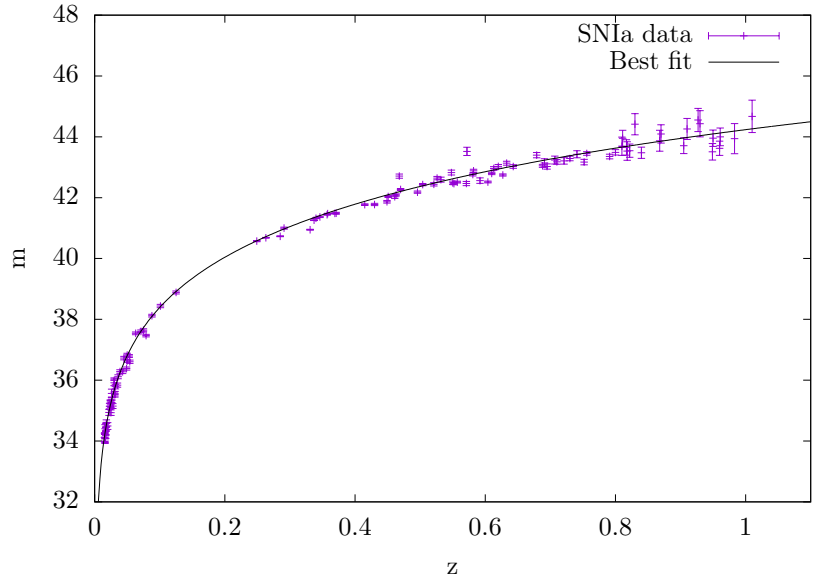


FIGURE 21.7 – **Relation magnitude/redshift SNIa et fit modèle ΛCDM**. La relation magnitude (p. 197) -redshift observée pour des supernovaes de type Ia est comparée à un modèle théorique ΛCDM ce qui permet de déterminer les valeurs de Ω_m et Ω_v donnant le meilleur accord. Ici on trouve $\Omega_m = 0,25$ et $\Omega_v = 0.75$.

21.23 Distance angulaire

21.24 Distances en cosmologie

En cosmologie, la notion générale de "distance" devient floue. Il est facile de s'en rendre compte en remarquant déjà que dans un Univers en expansion, si deux objets sont "immobiles" par rapport à l'expansion (leurs coordonnées comobiles ne changent pas, comme les coordonnées angulaires d'un point à la surface d'un ballon qui gonfle ne changent pas), leur distance en terme de ces coordonnées (dites "comobile") ne doit pas varier. Pourtant, du fait de l'expansion, la distance effective entre ces deux objets augmente. Il convient donc de définir très méticuleusement toutes les distances que l'on introduit.

21.24.1 Distance comobile

La distance comobile χ entre deux points est ... Elle est constante entre deux objets comobiles, c'est-à-dire qui ne possèdent pas de mouvement propre par rapport à l'expansion. [1]

21.24.2 Distance physique

La distance physique est la distance entre deux objets telle qu'elle pourrait être mesurée à l'aide d'une "règle" fictive (en comptant le nombre d'atomes qu'il faudrait aligner pour rattacher ces deux points). Evidemment ceci est impossible pour des objets astronomiques et cette distance n'est pas directement accessible expérimentalement. Pour deux objets comobiles, cette distance évolue avec l'expansion, proportionnellement au facteur d'échelle (p. 139) $a(t)$.

1. rephrase ?

21.24.3 Distance de luminosité

La distance de luminosité (p. 144) d'une source irradiant de la lumière est la distance d_L telle que le flux F que l'on en reçoit est égal à :

$$F = \frac{L}{4\pi d_L^2} \tag{21.81}$$

Où L est la luminosité (en W) de la source.

21.24.4 Distance de angulaire

(source)

(source)

21.25 Méthode de la parallaxe

En astronomie, la méthode de la parallaxe (p. 150) est une méthode de mesure de distance d'un objet céleste. Elle consiste à mesurer la position dans le ciel d'un objet pour différentes positions de l'observateur. En effet, si un observateur vise un objet, puis se déplace dans l'espace, il doit corriger sa visée d'un angle θ pour garder l'objet dans sa ligne de mire. Par exemple, on peut mesurer la position d'un objet à l'aphélie puis au périhélie. Ces deux points sont séparés d'une distance égale à 2 ua (soit $\sim 3 \times 10^{11}$ m). La distance de l'objet observé est alors $d = \text{ua} \times \theta$ où θ est le décalage angulaire.

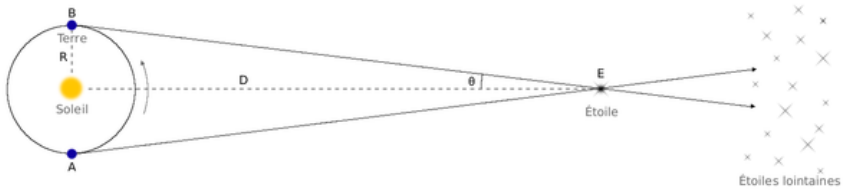


FIGURE 21.8 – **Méthode de la parallaxe**. Schéma illustrant la méthode de la parallaxe (p. 150) (source : Wikipédia).

Puisqu'un parsec est la distance depuis laquelle un objet d'une étendue de

1 ua est vu sous un angle d'une seconde d'arc (1 as), la relation entre la parallaxe (p. 150) θ et la distance est en général écrite :

$$d = 1 \text{ parsec} \times \frac{1 \text{ as}}{p} \tag{21.82}$$

Autrement dit, la distance d'un objet en parsecs est égale à l'inverse de sa parallaxe (p. 150) en secondes d'arc.

La précision de cette méthode de mesure de distance est limitée par la précision angulaire $\Delta\theta$ du téléscope utilisé. Sur Terre, l'atmosphère contraint $\Delta\theta \sim 0{,}01$ ce qui correspond à des distances de 100 pc. Le téléscope spatial Gaia atteint une précision de l'ordre de 10 μas pour une magnitude (p. 197) $m = 15$ et quelques centaines de μas pour $m = 20$ (ESA), ce qui correspond à des distances comprises entre 10 et 100 kpc, donc comparables à la taille de la Voie Lactée.

Pour mesurer des distances supérieures, on peut utiliser la méthode des chandelles standards (grâce à des céphéides ou encore des supernovae de type Ia par exemple). Ces méthodes reposent en général sur des calibrations obtenues grâce à des mesures par parallaxe (p. 150) .

21.26 Modèle Lambda CDM

Le modèle Λ CDM (Lambda - Cold Dark Matter) est le modèle "standard" de la cosmologie. Deux composantes dominent : la constante cosmologique (p. 152) (équivalente à une énergie du vide (p. 152) appelée "énergie noire"), et de la matière à pression nulle (cold) n'interragissant pas avec les photons du fond diffus cosmologique (p. 167) (dark matter).

21.27 Tenseur de Riemann

Le tenseur de Riemann (p. 151) est un tenseur d'ordre 4 et décrit la courbure d'une variété Riemanienne. Pour une surface infinitésimal $dS^{\alpha\beta}$, la composante μ d'un vecteur X varie de par transport parallèle le long du contour de cette surface d'une quantité :

$$dA^{\mu} = R^{\nu}_{\mu\alpha\beta} A^{\nu} dS^{\alpha\beta} \tag{21.83}$$

21.28 Constante cosmologique

La constante cosmologique (p. 152) notée Λ est un paramètre introduit par Einstein dans son équation afin qu'elle autorise un Univers fait de matière non relativiste à demeurer *statique*. L'équation d'Einstein en présence de cette constante devient :

$$R^{\mu\nu} - \frac{1}{2}Rg^{\mu\nu} - \Lambda g^{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4}T^{\mu\nu} \tag{21.84}$$

On peut interpréter la constante cosmologique (p. 152) comme une forme particulière d'énergie (souvent appelée " énergie du vide (p. 152) ") vérifiant l'équation d'état $P_v = -\rho_v$. En effet, en écrivant $\tilde{T}^{\mu\nu} = T^{\mu\nu} + T^{\mu\nu}_{vide}$ où $T^{\mu\nu}_{vide} = \dfrac{\Lambda c^4}{8\pi G}g^{\mu\nu}$ on a :

$$R^{\mu\nu} - \frac{1}{2}Rg^{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4}\tilde{T}^{\mu\nu} \tag{21.85}$$

Et dans ce cas le tenseur $T^{\mu\nu}_{vide}$ est le tenseur énergie impulsion d'un fluide parfait tel que $P_v = -\rho_v = -\dfrac{\Lambda c^4}{8\pi G}$

21.28.1 Effet sur l'Univers

Les équations de Friedmann (p. 125) montrent que l'introduction d'une constante cosmologique implique une force de répulsion (si $\Lambda > 0$) ou d'attraction (si $\Lambda < 0$) qui est proportionnelle au facteur d'échelle (p. 139) . Par conséquent, dans un Univers en expansion, l'effet de la constante cosmologique (p. 152) finit par dominer.

21.28.2 Formes possibles d'énergie du vide :

Champ scalaire classique

Il existe plusieurs façons d'introduire une énergie du vide. Une d'entre-elles est de faire intervenir un champ scalaire $\phi \mapsto V(\phi)$ de lagrangien $\mathcal{L} = \dfrac{1}{2}(\partial_\mu\phi)(\partial^\mu\phi) - V(\phi)$. Dès lors le tenseur énergie-impulsion (p. 121)

associé à ce champ a pour expression :

$$T^{\mu\nu} = \frac{\delta\mathcal{L}}{\delta(\partial_\mu\phi)}\partial^\nu\phi - \eta^{\mu\nu}\mathcal{L} = (\partial^\mu\phi)(\partial^\nu\phi) - \frac{1}{2}\eta^{\mu\nu}\left((\partial^\alpha\phi)(\partial^\alpha\phi) - 2V(\phi)\right) \tag{21.86}$$

Si le champ ϕ est homogène, ses dérivées spatiales sont nulles et $T^{\mu\nu}$ est diagonal. La composante temporo-temporelle vaut donc $T^{00} = \frac{1}{2c^2}\dot{\phi}^2 + V(\phi)$ et les composantes spatiales $T^{ii} = \frac{1}{2c^2}\dot{\phi}^2 - V(\phi)$. L'équation d'état du champ prend alors la forme :

$$w = \frac{P}{\rho} = \frac{\frac{1}{2c^2}\dot{\phi}^2 - V(\phi)}{\frac{1}{2c^2}\dot{\phi}^2 + V(\phi)} \tag{21.87}$$

Dans le cas où le champ varie très lentement (énergie cinétique du champ nulle), alors $w = -1$ et son énergie se comporte bien comme une constante cosmologique. Plusieurs types de champ peuvent être envisagés, comme un champ d'ordre 4 de forme $V(\phi) = \frac{1}{2}m^2\phi^2 + \frac{\lambda}{4!}\phi^4$ (qui peut être un champ de Higgs par exemple). Le système des équations de Friedmann (p. 125) peut alors être résolu en y intégrant l'équation d'euler-lagrange associée à ce champ scalaire homogène :

$$\partial_\mu\partial^\mu\phi + V'(\phi) = 0 \text{ donc } \ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} + c^2V'(\phi) = 0 \tag{21.88}$$

Création de matière

La particularité de la constante cosmologique est d'être équivalente à une densité d'énergie constante malgré l'expansion de l'Univers. Une explication possible suggérée par le physicien Hoyle (p. 121) est alors que l'énergie du vide est en fait simplement l'énergie de masse de la matière de l'Univers, et que de la matière est créée en permanence de sorte à ce que cela maintienne la densité constante avec l'expansion. Ce modèle d'Univers est appelé " théorie de l'état stationnaire (p. 142) " ("Steady-state universe" en anglais).

21.28.3 Le problème de la constante cosmologique

Pour un champ associé à une particule de masse m obéissant à l'équation de Klein Gordon (cas particulier du champ scalaire ci-dessus pour $V(\phi) =$

$\frac{1}{2}m^2\phi^2$), l'énergie de point zéro, c'est-à-dire l'énergie de l'état de plus basse énergie de son champ (sans particule) est ($\hbar = c = 1$) :

$$E_{vacuum} = \frac{1}{(2\pi\hbar)^3}\int d^3x \int \frac{1}{2}\hbar\omega_{\vec{p}} d^3p = 4\pi\frac{Vc}{(2\pi\hbar)^3}\int p^3\sqrt{1+\frac{m^2c^2}{p^2}}dp \tag{21.89}$$

De là :

$$\rho_{vacuum} = \frac{E_{vacuum}}{V} \propto \int p^3\sqrt{1+\frac{m^2c^2}{p^2}}dp \tag{21.90}$$

Cette intégrale est divergente. Cependant, on s'attend à ce la théorie ne décrive pas les hautes-énergies, et on effectue en général une coupure (cut-off) au-delà d'un certain seuil d'énergie $\Lambda_{cut-off}$. On a alors, en ordre de grandeur :

$$\rho_{vacuum} \sim \Lambda^4_{cut-off} \tag{21.91}$$

Le modèle standard de la physique des particules étant bien vérifié jusqu'au TeV, on doit avoir $\Lambda_{cut-off} > 10^{12}$ eV, soit $\rho_{vacuum} \sim 10^{48}$ eV^4. Il existe de nombreuses contributions à l' énergie du vide (p. 152) selon le modèle standard, mais l'ordre de grandeur de la plupart d'entre elles devrait être celle obtenue par ce calcul simple [79] [80]. Par ailleurs, les observations cosmologiques donnent $\rho_\Lambda \simeq 10^{-16}$ eV^4. On a alors :

$$\rho_{vacuum} \sim 10^{64}\rho_\Lambda \tag{21.92}$$

Soit une différence de 64 ordres de grandeur ! Clairement, quelque chose ne va pas. Le problème s'aggrave si le cut-off est augmenté, par exemple à l'échelle de Planck (10^{28} eV). Dans ce cas, $\rho_{vacuum} \sim 10^{128}\rho_\Lambda$! C'est le problème de la constante cosmologique (p. 152) .

21.29 Constante de Hubble

La constante de Hubble (p. 154) est la constante de proportionnalité H_0 qui lie le décalage spectral $z = \lambda_{rec}/\lambda_{em}$ d'un objet céleste vu par un observateur à la distance entre les deux, dans la limite où cette distance est petite. Historiquement, la fuite des galaxies était interprétée en terme d' effet Doppler (p. 162) à faible vitesse pour lequel $z \simeq v/c$. On écrivait donc $v = zc = H_0 d$. Sa première estimation "précise" est due à Hubble en 1929 et était d'environ

500 km/s/Mpc, mais la méthode qui conduisit à cette valeur comportait une erreur. Aujourd'hui on l'évalue à 70 km/s/Mpc. Démonstration de la relation entre taux d'expansion et distance et de la loi de Hubble

Un objet émet un signal lumineux dès l'instant t_e et celui-ci est reçu par l'observateur à l'instant postérieur t_r. Le signal ayant une certaine période T_e, un second "bip" est émis à un instant $t_e + T_e$ et est reçu par l'observateur à un instant $t_r + T_r$. On suppose l'observateur ainsi que la source immobiles dans l'espace en expansion (càd "comobiles"). Les deux signaux parcourent donc la même distance comobile χ :

$$\chi = \int_{t_e}^{t_r} \frac{cdt'}{a(t')} = \int_{t_e+T}^{t_r+T'} \frac{cdt'}{a(t')} \ (1) \tag{21.93}$$

L'intégrale de droite peut être décomposée en trois si bien que :

$$\int_{t_e}^{t_r} \frac{cdt'}{a(t')} = \int_{t_e+T_e}^{t_e} \frac{cdt'}{a(t')} + \int_{t_e}^{t_r} \frac{cdt'}{a(t')} + \int_{t_r}^{t_r+T_r} \frac{cdt'}{a(t')} \tag{21.94}$$

Donc

$$\int_{t_e}^{t_e+T_e} \frac{cdt'}{a(t')} = \int_{t_r}^{t_r+T_r} \frac{cdt'}{a(t')} \tag{21.95}$$

La période T a vocation à être très petite devant le temps de variation de a (l'expansion de l'Univers pendant un cycle de lumière - 10^{14} Hz dans le visible - est négligeable). Ainsi l'expression ci-dessus devient :

$$\frac{T_r}{T_e} = \frac{a(t_r)}{a(t_e)} \tag{21.96}$$

Soit en terme de l'ongueur d'onde et de redshift z :

$$1 + z \equiv \frac{\lambda_r}{\lambda_e} = \frac{a(t_r)}{a(t_e)} \tag{21.97}$$

On constate qu'un Univers en expansion se traduit bien par un allongement des longueurs d'ondes.

Pour de faibles distances, $t_r - t_e \simeq d/c$, et donc $a(t_e) \simeq a(t_r) - d\dot{a}(t_r)/c$. Par ailleurs si t_r correspond au temps présent, alors $a(t_r) = 1$ et $\dot{a}(t_r) = H_0$ donc :

$$z = \frac{\lambda_r - \lambda_e}{\lambda_e} \simeq H_0 d/c \tag{21.98}$$

21.29.1 Mesures de la constante de Hubble

Avant les années 1990, la valeur de la constante de Hubble (p. 154) était très mal connue. De cette époque on a maintenu l'habitude d'employer par commodité le paramètre sans dimension $h = \dfrac{H_0}{100 \text{ km/s/Mpc}}$ qu'on s'attendait valoir entre 0.5 et 1. Aujourd'hui, les mesures employent des méthodes assez diverses (plus uniquement l'utilisation de céphéïdes comme chandelles standard), et les valeurs sont en assez bon accord, malgré une petite tension :

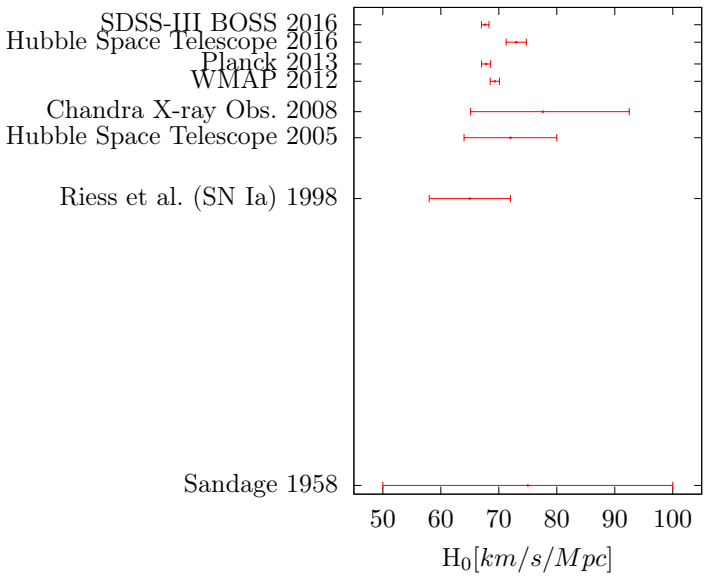


FIGURE 21.9 – . Mesures de la constante de Hubble (p. 154) au cours du temps. Valeurs tirées de [20], [37], [81], [82], [40], [41], [83].

Je me souviens d'un post très drôle de LPFR sur Futura-Sciences qui disait en substance, en réponse à une personne qui demandait si la constante de

Hubble (p. 154) était variable (cette personne confondait bien-sûr le paramètre de Hubble $H(t)$ et la constante de Hubble (p. 154) qui est sa valeur au temps présent donc bien une constante) :

> « La constante de Hubble (p. 154) a beaucoup plus changé au cours des décennies qui ont suivi sa découverte que depuis le Big-Bang. »

(LPFR, 2012)

C'est assez drôle mais assez vrai. La première valeur de Hubble était près de dix fois trop grande, et après les travaux de Sandage (qui restreignait H_0 à l'intervalle 50-100 km/s/Mpc), il fallut encore plusieurs décennies pour décider à quelques pourcents près.

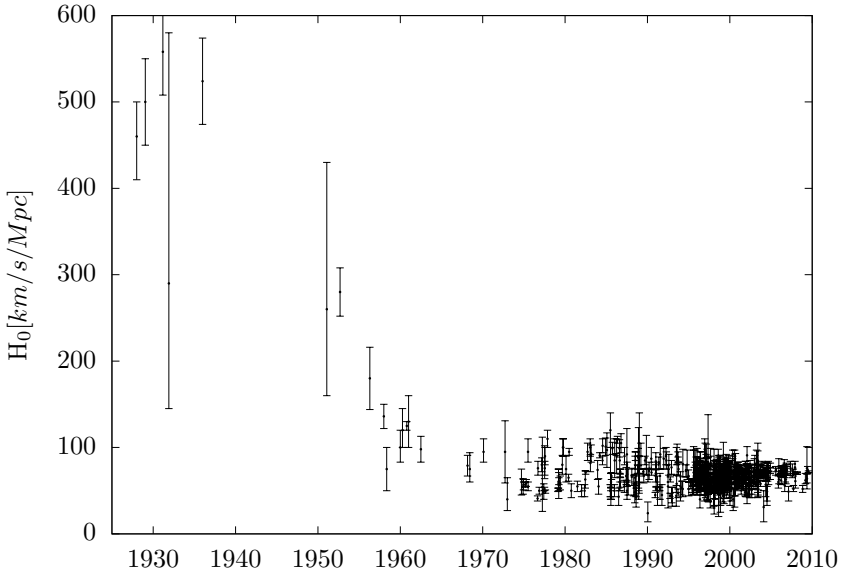


FIGURE 21.10 – . Données tirées de https://www.cfa.harvard.edu/ dfabricant/huchra/hubble/.

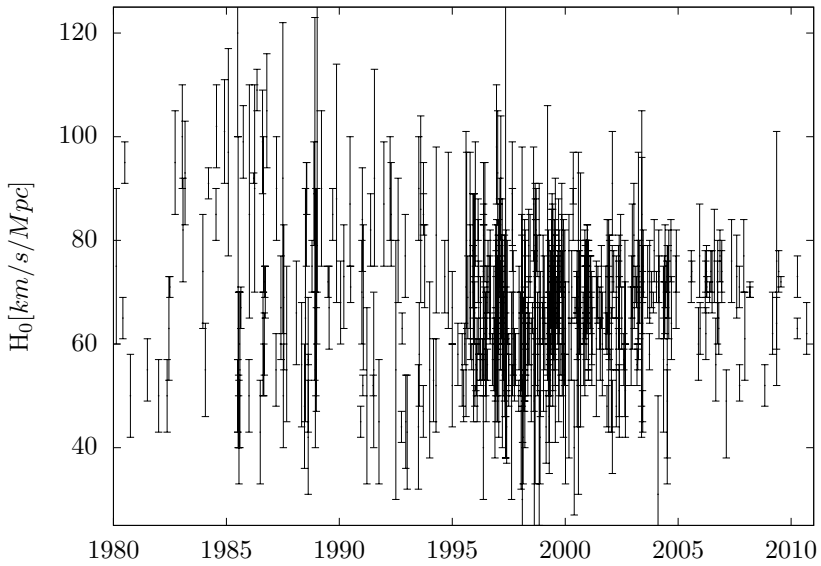


FIGURE 21.11 – . Données tirées de https://www.cfa.harvard.edu/ dfabricant/huchra/hubble/.

21.30 Paramètre de décélération

Le paramètre de décélération noté q est défini comme :

$$q(t) \equiv -\frac{\ddot{a}(t)a(t)}{\dot{a}(t)^2} \tag{21.99}$$

Il peut également être réécrit en terme du paramètre de Hubble :

$$q \equiv -\frac{\dot{H}}{H^2} - 1 \tag{21.100}$$

En exprimant H en fonction des paramètres de densité pour chaque type de matière grâce aux équations de Friedmann (p. 125) , on trouve finalement pour la valeur du paramètre de décélération (p. 158) au temps présent, notée q_0 :

$$q_0 \equiv \frac{1}{2}\left[\Omega_m + 2\Omega_r + (1+3w)\Omega_w - 2\Omega_v\right] \tag{21.101}$$

Démonstration :

D'après l'équation de Friedmann on a :

$$H(t) = H_0\sqrt{\frac{\Omega_m}{a^3} + \frac{\Omega_r}{a^4} + \Omega_v + \frac{\Omega_w}{a^{3(1+w)}} + \frac{\Omega_k}{a^2}} \tag{21.102}$$

En évaluant cette expression au temps présent, il vient que la racine vaut 1.

Et donc, en dérivant H et en évaluant la valeur de sa dérivée en 0 (dès lors $a_0 = 1$), et en se rappelant que $\Omega_k = 1 - \Omega_m - \Omega_r - \Omega_w - \Omega_v$:

$$\dot{H}_0 = \frac{1}{2}H_0^2\left(-3\Omega_m - 4\Omega_r - 3(1+w)\Omega_w - 2(1 - \Omega_m - \Omega_r - \Omega_w - \Omega_v)\right) \tag{21.103}$$

De là :

$$\frac{\dot{H}_0}{H_0^2} = -\frac{1}{2}\left(\Omega_m + 2\Omega_r + 3(1+w)\Omega_w - 2\Omega_v\right) - 1 \tag{21.104}$$

Et donc

$$q_0 \equiv \frac{1}{2}\left[\Omega_m + 2\Omega_r + (1+3w)\Omega_w - 2\Omega_v\right] \tag{21.105}$$

En particulier, pour un Univers exclusivement composé de matière froide et d' énergie du vide (p. 152) :

$$q_0 = \frac{\Omega_m}{2} - \Omega_v \tag{21.106}$$

On retrouve bien que la matière froide (poussière) tend à ralentir l'expansion, alors que l' énergie du vide (p. 152) l'accélère.

21.31 Expérience de Michelson-Morley

L'expérience de Michelson-Morley (p. 160) est une expérience interférométrique réalisée par Michelson et Morley et qui avait pour but à l'époque de calculer la vitesse de la Terre par rapport à un hypothétique "éther". Le résultat négatif, à savoir que tout se passait comme si la Terre était immobile dans l'éther, conduisit avec d'autres constatations expérimentales à l'invention de la relativité restreinte.

Voir l'animation du site de l'ENS de Lyon

21.32 ATLAS

ATLAS (p. 160) (A Toroidal Large ApparatuS) est un détecteur installé sur le LHC (Large Hadron Collider), le plus grand accélérateur de particules au monde. Cette expérience étudie les produits de collisions entre deux faisceaux de protons à une énergie de centre de masse de plusieurs TeV (8 TeV jusqu'en 2012, 13 TeV à partir de 2015). Cette expérience a notamment permis la découverte du boson de Higgs (p. 202) en 2012 conjointement avec CMS, un autre détecteur du LHC.

21.32.1 Recherche de matière noire

Les données collectées dans les expériences de collisions de particules sont analysées à la recherche de matière noire. Celle-ci devant interagir très faiblement avec la matière ordinaire, plusieurs modèles prévoient que la détection directe (par l'étude des produits de désintégration ou par interaction avec les différents instruments comme les calorimètres) soit impossible. Cependant, il est possible d'utiliser de telles expériences pour réaliser une détection indirecte de la matière noire. Pour cela, on utilise la conservation de l'énergie-impulsion : l'énergie et la quantité de mouvement des produits de la collision doivent être égale à celle disponible. En particulier, l'impulsion totale dans le plan perpendiculaire aux faisceaux des protons qu'on collisionne (appelée impulsion transverse et notée $\vec{p_T}$) doit être nulle. Les expériences ATLAS (p. 160) et CMS menées au LHC ayant une couverture angulaire hermétique ($\sim 4\pi$), il est attendu qu'elles soient capables de détecter la plupart des par-

ticules ayant une impulsion transverse non négligeable. En sommant cette composante sur l'ensemble des particules issues d'une collision, on devrait retrouver $\vec{0}$. En réalité ce n'est pas ce qu'on observe pour plusieurs raisons. D'abord, le détecteur possède certaines limitations (limite de résolution en énergie, efficacité de reconstruction des traces). De plus, les neutrinos pouvant être produits dans les collisions n'interagissent pas avec le détecteur et emportent souvent une quantité de mouvement non négligeable. L'écart entre la valeur d'énergie transverse attendue et l'énergie transverse observée est appelée "énergie transverse manquante" ou en anglais "missing transverse energy" et est notée E_T^{miss} et vaut donc :

$$E_T^{miss} = || \sum_i \vec{p_i}^{\perp} || \tag{21.107}$$

Le nombre d'évènements attendu pour une énergie transverse manquante donnée dans le cadre du modèle standard (bruit de fond) peut-être estimé à l'aide de simulations Monte-Carlo. Si de la matière noire est produite dans les collisionneurs, et qu'elle traverse les instruments du détecteur sans réagir, il y aura un surplus d'énergie transverse manquante, et un signal se dégagera au-delà du bruit de fond. Aucune déviation significative n'a été observée par les expériences ATLAS (p. 160) et CMS à l'issue du Run1 terminé en 2012.

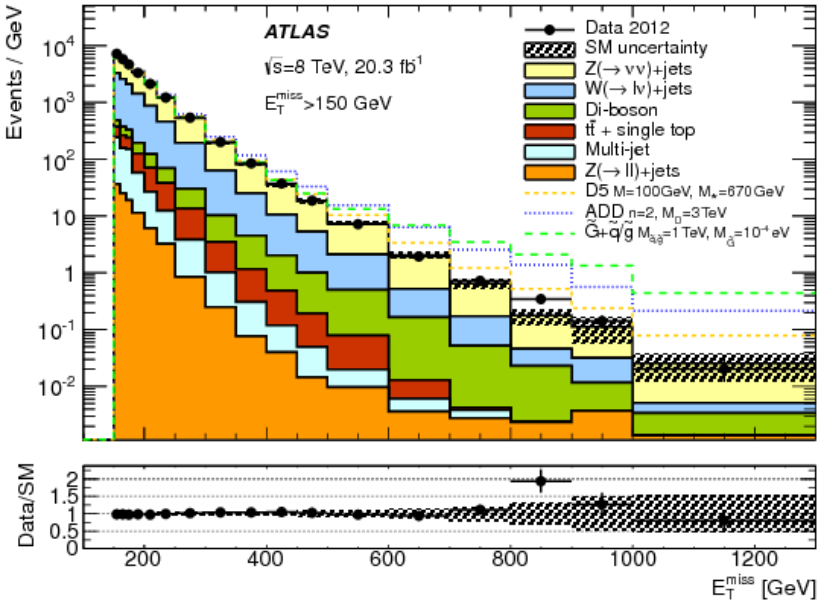


FIGURE 21.12 – **Distribution E_T^{miss} pour les évènements associés avec la production d'un jet dans ATLAS**. L'objet ici est de rechercher la production de matière noire associée à la production d'un jet (matière hadronique/quarks/gluons émise dans une certaine direction) Les différentes composantes du bruit de fond attendues sont superposées et la somme est comparée aux données ATLAS (p. 160) issues du Run1. Des exemples de signatures de nouvelle physique (dimensions supplémentaires ou supersymmétrie) sont représentées en pointillés.

21.33 Effet Doppler

L' effet Doppler (p. 162) caractérise le fait qu'un observateur en mouvement par rapport à une source émettant une onde perçoit celle-ci à une fréquence différente de la fréquence d'émission. Cet effet concerne aussi bien les ondes mécaniques comme les ondes sonores que les ondes électromagnétiques (donc la lumière). Si la source et l'observateur se rapprochent, la fréquence de réception est supérieure à la fréquence d'émission. Si au contraire la source s'éloigne de l'observateur, alors la fréquence du signal reçue est inférieure à celle perçue par la source.

FIGURE 21.13 – **Représentation graphique de l'effet Doppler.**. Source : Wikipédia

Si la source émet un signal lumineux (donc à vitesse la c) et se déplace à une vitesse v constante par rapport à l'émetteur dirigée selon sa ligne de visée, alors on montre à l'aide des transformations de Lorentz que :

$$\nu_{rec} = \nu_0 \sqrt{\frac{1-\beta}{1+\beta}} \tag{21.108}$$

Pour de petites vitesses, cette expression vaut environ $\nu_0(1 - v/c)$ et il est alors clair que si la vitesse est dirigée selon la ligne de visée, la source s'éloigne si v est positif et dans ce cas il y a bien diminution de la fréquence apparente.

(La preuve est rapide à partir de la transformation de Lorentz (p. 124))

21.34 Céphéides

Une céphéide est une étoile variable périodique, c'est-à-dire dont la luminosité diminue et augmente de façon stable et périodique. Il existe plusieurs types de céphéides (p. 163) . Les céphéides (p. 163) classiques dites de Classe I sont très lumineuses (jusqu'à 100 000 fois plus que le Soleil !) ce qui les rend visible individuellement même à très grande distance.

21.34.1 Usage en tant que chandelle standard

La luminosité intrinsèque (c'est-à-dire la puissance rayonnée) des céphéides (p. 163) présente la particularité de ne dépendre que de leur période de variation lumineuse (la relation dépendant en revanche du type de céphéide dont il s'agit). Or, le flux reçu par unité de surface à une distance d d'une source lumineuse est égal à $\Phi = L/(4\pi d^2)$ où L est sa luminosité. En observant une céphéide, on connait à la fois L par le biais de sa période T facilement observable (de l'ordre de grandeur de la journée) et d'autre part la puissance reçue par unité de surface. Cela donne donc la distance $d = \sqrt{\frac{L}{4\pi\Phi}}$. On

appelle de tels objets, pour lesquel la luminosité intrinsèque est connue, des "chandelles standards".

Découverte de la relation luminosité-période : La découverte de l'existence d'une relation entre luminosité et période des céphéides et due à Henrietta Leavitt (p. 120) . En 1908, cette astronome de l'observatoire de l'université d'Harvard étudie des milliers d'étoiles variables pulsantes appartenant aux nuages de Magellan (deux galaxies naines environ 20 fois plus proches de la Voie Lactée qu'Andromède) et mesure leur magnitude (p. 197) apparente (grandeur plus pratique en Astronomie pour représenter la brillance que le flux lumineux en W/m^2) et leur période. Elle suppose alors que toutes les étoiles d'un "nuage" sont approximativement à la même distance de la Terre, ce qui entraine que la différence entre leur magnitude (p. 197) apparente et absolue (qui ne dépend que de la distance entre elles et la Terre) est une constante : $m - M = C$. Elle remarque que la magnitude (p. 197) apparente de certaines de ces étoiles variables est une fonction de leur période, autrement dit, $m_{magellan} = m_{magellan}(T)$.

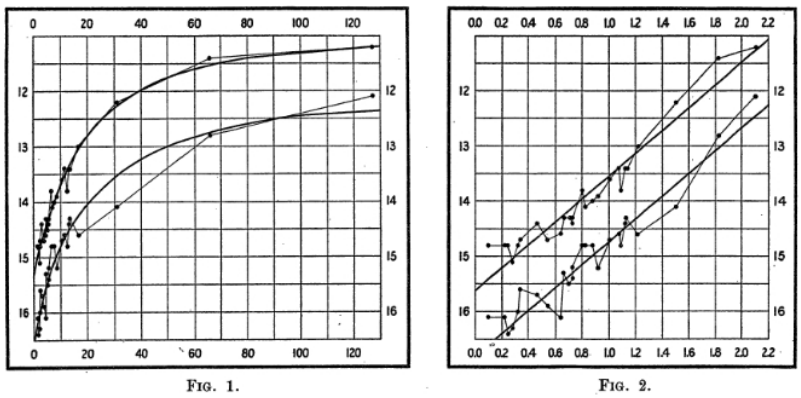


FIG. 1. FIG. 2.

FIGURE 21.14 – **Magnitude des céphéides en fonction de leur période (Leavitt 1912)**. La courbe de gauche donne les magnitude (p. 197) s apparentes maximale et minimale des étoiles en fonction de leur période. La courbe de droite donne les mêmes magnitude (p. 197) s en fonction du logarithme de la période.

Cependant, ce n'est pas suffisant pour mesurer des distances. En effet, ceci requiert de connaitre la luminosité *intrinsèque* ou encore la magnitude (p. 197) *absolue* en fonction de la période, sans quoi la relation ainsi obtenue

ne permet d'évaluer que le rapport entre la distance d'une céphéide avec la distance de celles qui ont permis d'établir cette relation (qui est inconnue). Il faut alors attendre les travaux de Hertzsprung et Shapley dans les années qui suivent pour étalonner cette relation et obtenir la courbe de la magnitude absolue cette fois. Pour cela, ces astronomes ont mesuré la magnitude et la période d'une céphéide proche dont la distance était connue (par la méthode de la parallaxe). Ils ont ainsi pu calculer sa magnitude absolue M. En reportant cette mesure dans la courbe de Leavitt (p. 120) , ils ont pu déterminer quelle était la constante C qui séparait $m_{magellan}$ et M. De là ils en ont déduit la loi $T \mapsto M(T)$.

Les mesures du téléscope spatial Hubble pour 10 céphéides (p. 163) proches établissent la relation suivante entre la magnitude (p. 197) absolue dans la bande V et la période P en jours [84] :

$$M_V = (-2{,}43 \pm 0{,}12)\,(\log P - 1) - 4{,}05 \pm 0{,}02 \tag{21.109}$$

Cette relation implique une relation de forme loi de puissance entre la luminosité intrinsèque L et la période P, de la forme $L \propto P^{1+\epsilon}$.

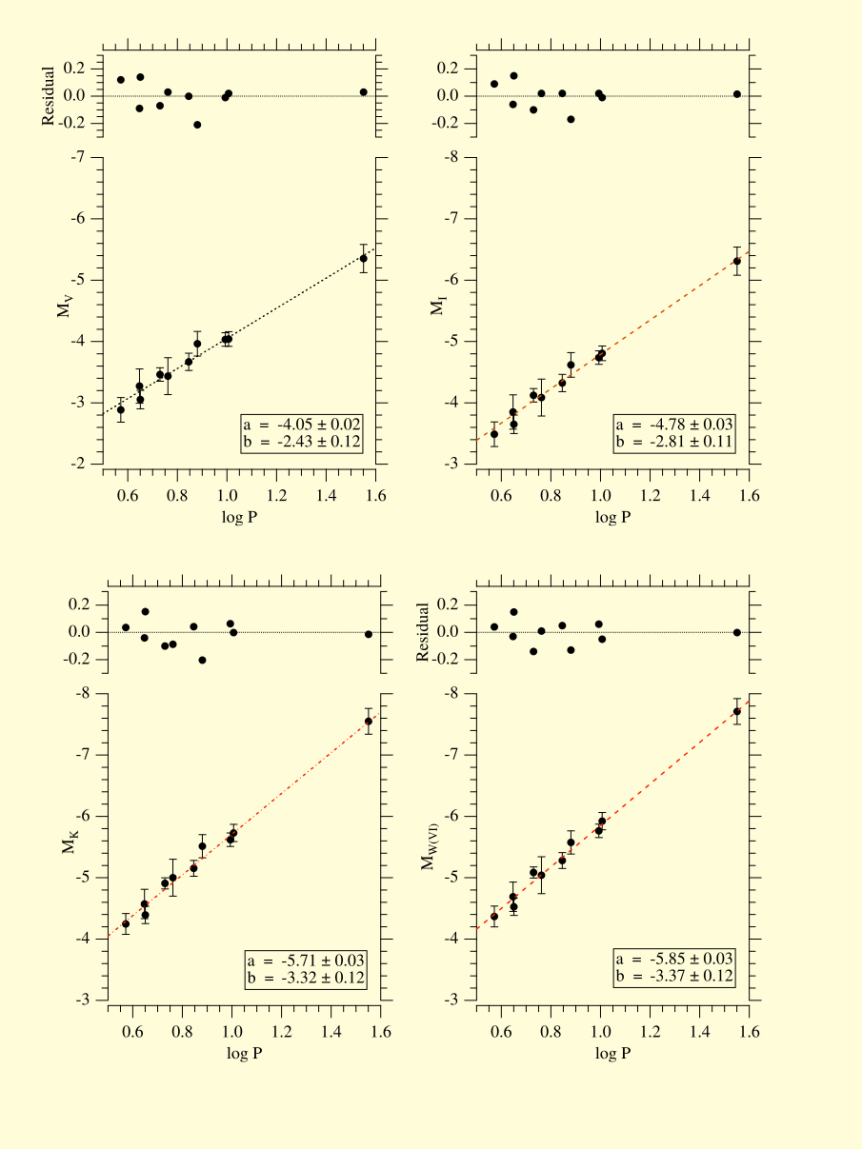


FIGURE 21.15 – **Magnitude de 10 céphéides de type I dans différentes bandes en fonction de leur période et fits.**. Les points correspondent aux valeurs de magnitude de 10 céphéides (p. 163) relevées dans quatre bandes différentes par Hubble, en fonction de leur période de luminosité. Les coefficients a et b sont obtenus par un ajustement linéaire de la forme $M = a + b(\log P - 1)$. La magnitude (p. 197) W_{VI} est définie par $M_{VI} \equiv V - 2,45(V - I)$.

La relation entre période et magnitude (p. 197) absolue n'est pas tout à fait univoque, probablement parce que d'autres paramètres peuvent différer d'une céphéide variable à une autre avec un impact relativement faible. Ceci limite le pouvoir prédictif de la relation luminosité période de $\Delta M_V \sim 0{,}1$ [85].

Cette méthode a permis de mesurer des distances de galaxies hôtes jusqu'à environ 30 Mpc [86] [87]

Explication théorique par Eddington (p. 120) :

Découverte d'une nouvelle classe de céphéides (p. 163) :

21.35 Fond diffus cosmologique

Le fond diffus cosmologique (p. 167) (ou "cosmic microwave background", souvent abbrégé CMB (p. 167)) est un rayonnement de type corps noir (sous forme de photons) globalement homogène et isotrope, qui s'est découplé [2] de la matière environ 380 000 ans après le big bang. Depuis, avec l'expansion de l'Univers, celui-ci a refroidi pour atteindre sa température actuelle de 2,7 K. Ce rayonnement a été observé pour la première fois dans les micro-ondes, d'où son appellation anglophone. Il prend son origine dans l'état chaud de l'Univers, et a été libéré lorsque la densité de protons et électrons est devenue suffisamment faible avec le refroidissement pour que les photons interagissent peu avec la matière et voyagent librement. Cette transition est appelée " découplage (p. 181) " et est survenue à $z = 1100$ environ. Le CMB (p. 167) est décrit comme la plus ancienne image de l'Univers. En effet, les photons émis avant le découplage (p. 181) interagissaient très rapidement avec les particules chargées du milieu (électrons, protons), et leur libre parcours moyen était donc très faible. Après le découplage (p. 181) , les interactions deviennent rares et le libre parcours moyen deviant supérieur à la taille de l'Univers. Les photons peuvent ainsi voyager librement, et le rayonnement de fond observé aujourd'hui correspond assez fidèlement à l'image des photons émis alors.

2. a cessé d'interagir fortement avec la matière (environ 375 000 ans après le début du Big-Bang). Dès lors, les photons du fond diffus ont évolué indépendamment du reste du contenu de l'Univers

21.35.1 Premières observations et prédictions

Avant les travaux de Alpher, Gamow et Herman à la fin des années 1940, on pense que le rayonnement dans l'Univers est essentiellement d'origine stellaire (interprétation d' Eddington (p. 120)). La température du milieu interstellaire serait donc la température d'équilibre d'un objet dans ce milieu avec le rayonnement provenant des étoiles. Cette température vérifierait donc :

$$\sigma T_{univers}^4 = p \tag{21.110}$$

Où p est la puissance moyenne reçue par unité de surface d'origine stellaire en moyenne dans le milieu interstellaire (il s'agit de la puissance totale, la forme du spectre n'ayant ici pas d'importance). Celle-ci doit valoir, si la luminosité moyenne des étoiles est proche de celle du Soleil, de l'ordre de $L_\odot/d^2$ où $L_\odot$ est la puissance émise par le Soleil et d la distance moyenne entre étoiles. Selon la région sur laquelle la moyenne d est calculée, la valeur peut beaucoup varier - pour l'Univers observable, $d \sim 300$ al. Mais globalement cela conduit à une valeur $T_{univers}$ de l'ordre de 0,1 K à quelques kelvins (la valeur étant bien sure plus élevée dans les zones où la densité d'étoiles est plus grande).

Dans ce cas, le rayonnement possède une caractéristique particulière : son spectre est celui des étoiles qui l'émettent, c'est-à-dire entre l'IR, le visible et l'UV (soit des températures de rayonnement de quelques milliers à quelques dizaines de Kelvins).

> « The total light received by us from the stars is estimated to be equivalent to about 1000 stars of the first magnitude (p. 197) . [...] We shall first calculate the energy density of this radiation. [...] Accordingly the total radiation of the stars has an energy density of [...] E = 7.67 10-13 erg/cm3. By the formula E = a T4 the effective temperature corresponding to this density is 3.18 K absolute. [...] Radiation in interstellar space is about as far from thermodynamical equilibrium as it is possible to imagine, and although its density corresponds to 3.18 K it is much richer in high-frequency constituents than equilibrium radiation of that temperature. »

(Arthur Eddington, 1926)

La première observation indiquant la présence du fond diffus cosmologique (p. 167) fut faite en 1940 par McKellar, bien qu'elle ne fut pas comprise

comme telle à l'époque. McKellar étudiait avait employé un spectrographe installé à l'Observatoire du Mont Wilson pour mesurer le spectre de plusieurs régions du ciel. Les mesures indiquent notamment la présence d'un doublet associé à des transitions rotationnelles de la molécule CN, aux alentours de 4000 MHz. McKellar évalue à partir de cette observation une témparature limite pour le milieu interstellaire d'environ 2,3 K, mais reconnait ne pas être capable de déterminer si cette valeur a vraiment un sens. La première prédiction cosmologique d'un fond de rayonnement est due à Alpher et Herman. En établissant avec Gamow leur théorie de la nucléosynthèse primordiale dans un Univers en Big Bang, ceux-ci remarquèrent que l'Univers devait être très chaud et surtout dominé par le rayonnement à son orgine. Ils soulignèrent alors que ceci impliquerait la présence aujourd'hui d'un fond de rayonnement vestige de cette ère où les photons étaient très énergétiques et gouvernaient l'expansion. A partir de 1948 ils firent plusieurs estimations de la température actuelle de ce rayonnement, estimée entre quelques Kelvins et quelques dizaines de Kelvins. Cependant, leur théorie de la nucléosynthèse semblait une impasse à l'époque, et leurs travaux ne reçurent pas beaucoup d'attention. La différence majeure avec l'interprétation stellaire du fond de rayonnement est le spectre de celui-ci. Dans le cas d'un rayonnement issu des étoiles, le spectre est globalement autour du visible. Dans l'interprétation d'un rayonnement relique du Big Bang, le spectre est celui d'un corps noir à la température du fond (quelques K). Ainsi, cette température peut être mesurée en trouvant la température T telle qu'un corps noir à cette température corresponde au fond diffus (attendu dans les micro-ondes). Cette valeur doit être plus homogène encore que la température d'équilibre stellaire d' Eddington (p. 120) puisqu'elle ne dépend pas de la position relative de l'observateur avec les étoiles.

21.35.2 Découverte de 1964

Voir l'article Découverte du fond diffus cosmologique (p. 35)

Au cours de l'année 1964, deux astronomes américains, Arno Penzias et Robert Wilson, travaillent sur l'antenne cornet d'Holmdel pour les laboratoires Bell. L'objectif de cet antenne construite en 1959 était de détecter l'écho radar de satellites en forme de ballon agissant comme réflecteur. Les deux physiciens devaient cependant s'en servir pour observer la voie lactée à des longueurs d'ondes aux alentours de 7 cm. Une des difficultés de cette taĉhe est que le faible niveau du signal requiert l'élimination de nombreuses sources

de bruit, et notamment du bruit d'origine thermique, par exemple en refroidissant certains instruments jusqu'à 4 K (hélium liquide). Malgré toutes ces précautions, les deux phyisiciens observèrent en mesurant le signal à une longueur d'onde de 7,35cm (4080 MHz) un bruit irréductible équivalent à une température d'environ 3,5 ± 1 K, indépendant des saisons, dépendant faiblement de la direction, ce qui semblait écarter une origine galactique. (todo + atmo + récepteur).

Parallèlement, Dicke, Peebles, Roll et Wilkinson réétablissent indépendamment l'existence d'un fond de rayonnement photonique dans l'hypothèse d'un Univers né d'un Big Bang chaud. Ils entreprennent même d'établir un instrument pour mesurer cet hypothétique rayonnement. Penzias finit par avoir vent de leurs recherches, et finit par contacter Dicke par téléphone pour lui exposer leur problème. Celui-ci comprend que le bruit mesuré par Penzias et Wilson doit être ce fameux rayonnement qu'ils cherchaient à mesurer. En 1965, les deux groupes publient simultanément un papier tenant compte de leurs résultats, marquant la découverte du fond diffus cosmologique (p. 167) ou CMB (p. 167) (pour Cosmic Microwave Background).

21.35.3 De nouvelles mesures

La première observation du CMB (p. 167) considérée comme une découverte fut réalisée à une seule longueur d'onde (7,35 cm, soit 4080 MHz) avec l'antenne d'Holmdel. Il était alors possible d'en déduire la température d'un corps noir correspondant mais pas de vérifier que le spectre du rayonnement était bien celui d'un corps noir. Rapidement Penzias et Wilson réalisent une nouvelle mesure avec le même dispositif cette fois à une longueur d'onde

21.35.4 Anisotropies du fond diffus cosmologique

Le fond diffus cosmologique n'est, comme notre Univers, par parfaitement homogène. La carte qu'on en dresse contient donc des anisotropies. Leur mesure peut nous renseigner sur de nombreux paramètres cosmologiques classiques (contenu de l'Univers, constante de Hubble (p. 154)) mais aussi sur les fluctuations primordiales de densité, ces déviations initiales par rapport à l'homogénéité, qui ont donné naissance aux grandes structures de l'Univers.

A l'origine, les inhomogénéités de l'Univers prennent leur source dans ce

qu'on appelle les fluctuations primordiales de densité. Ces fluctuations sont représentées par des perturbations au premier ordre de la densité, de la vitesse locale de la matière et du potentiel ϕ :

$$\begin{cases} \rho(t,\vec{x}) &= \bar{\rho}(t) + \delta\rho(t,\vec{x}) \\ \vec{v}(t,\vec{x}) &= \vec{\bar{v}}(t,\vec{x}) + \vec{\delta v}(t,\vec{x}) \\ \phi(t,\vec{x}) &= \bar{\phi}(\vec{x}) + \delta\phi(t,\vec{x}) \end{cases} \tag{21.111}$$

Où $\vec{x}$ sont les coordonnées comobiles.

On peut en déduire une solution perturbative au premier ordre en ces variations en injectant ces définitions dans les équations qui régissent le fluide, à savoir les équations d'Euler et de poisson suivantes :

$$\begin{cases} \dot{\rho} + \nabla\cdot(\rho\vec{v}) = 0 \text{ (équation de continuité)} \\ \dot{\vec{v}} + (\vec{v}\cdot\nabla)\vec{v} = -\nabla(\phi + \dfrac{P}{\rho}) \text{ (principe fondamental de la dynamique)} \\ \nabla^2\phi = 4\pi G\rho \text{ (équation de Poisson)} \end{cases} \tag{21.112}$$

Il apparait alors que la solution dans l'espace "fréquentiel" (après transformée de fourier spatiale $\vec{x} \to \vec{k}$ de $\delta\rho$) est :

$$\ddot{\delta\rho}(\vec{k}) + 2H\dot{\delta\rho}(\vec{k}) + \left(\frac{v_s^2\vec{k}^2}{a^2} - 4\pi G\bar{\rho}\right)\delta\rho(\vec{k}) = 0 \tag{21.113}$$

On en déduit deux types de solutions :

— Si $k < a\sqrt{4\pi G\bar{\rho}}/v_s$, alors les solution sont une croissance sans fin des perturbations.
— Sinon, les solutions sont des oscillations amorties avec une "constante" de temps $1/H$.

Afin d'exploiter statistiquement les anistropies du CMB (p. 167) , on utilise leur spectre de puissance. Celui-ci provient de la décomposition de la carte de températures en harmoniques sphériques :

$$a_{lm} = \int \Theta(\theta,\phi) Y^*_{lm}(\theta,\phi) d^2\Omega \tag{21.114}$$

Ici, Θ est l'écart à la température moyenne dans une direction donnée :

$$\Theta(\theta, \phi) = \frac{T(\theta, \phi) - \bar{T}}{\bar{T}} \tag{21.115}$$

D'où on tire le spectre de puissance :

$$C_l = \sum_{-l \leq m \leq l} \frac{|a_{lm}|^2}{2l+1} \tag{21.116}$$

Le multipôle l représente une échelle angulaire π/l, donc les coefficients à bas l indiquent la corrélation entre des portions du ciel de grande envergure. Lorsque l est petit, la somme se fait sur un nombre petit de termes, car peu de 'modes m' indépendants sont disponibles. Cela implique une erreur statistique de l'ordre de $\sqrt{2/(2l+1)}$ sur C_l, qui est indépassable par l'expérience. C'est la variance cosmique.

21.35.5 Spectre de puissance et paramètres du modèle standard de la cosmologie

[88] La mesure du spectre de puissance des anisotropies du fond diffus cosmologique (p. 167) permet d'en déduire les valeurs des paramètres cosmologiques du modèle standard. Cette section montre comment ces paramètres impactent la forme du spectre. Les graphiques ont été générés à l'aide du programme CAMB [89]. Il représentent la courbe $l \mapsto D_l = l(l+1)C_l/2\pi$.

Constante de Hubble

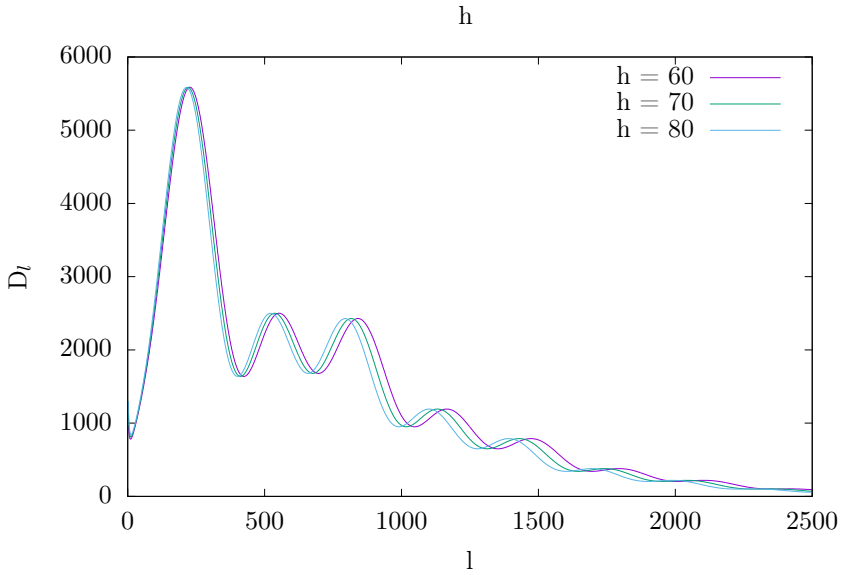


FIGURE 21.16 – **Spectre TT et constante de Hubble** H_0. La constante de Hubble (p. 154) H_0 est la vitesse de l'expansion aujourd'hui.

On observe, d'après ces courbes, un décalage progressif vers la gauche de la courbe lorsque H_0 augmente. C'est assez facile à comprendre : plus la vitesse de l'expansion est élevée, plus les anisotropies grandissent rapidement. Par conséquent, pour une valeur de H_0 un peu plus élevée, une même fluctuation densité primordiale engendrera une "tâche" un peu plus grande, et apparaîtra un peu plus à gauche ($l \sim \pi/\theta$) sur le spectre.

Répartition de l'énergie

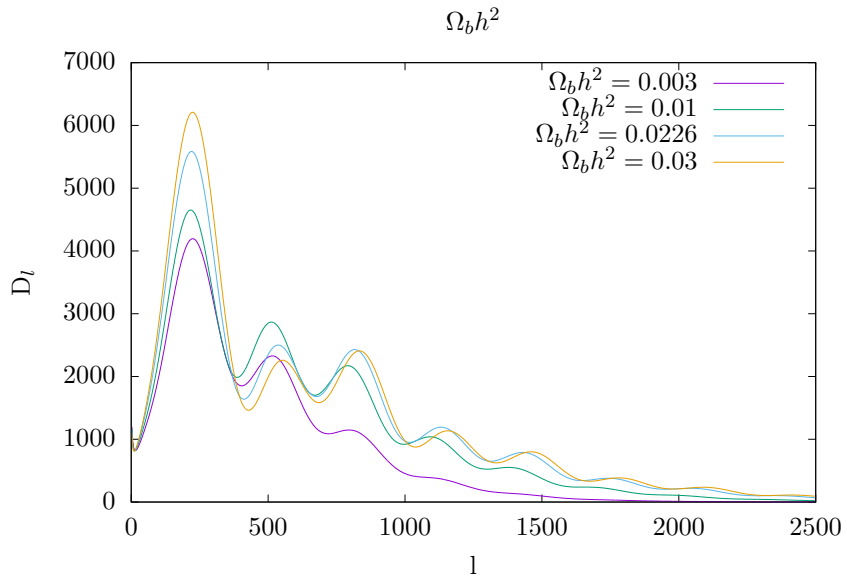


FIGURE 21.17 – **Spectre TT et densité baryonique** $\Omega_b h^2$.

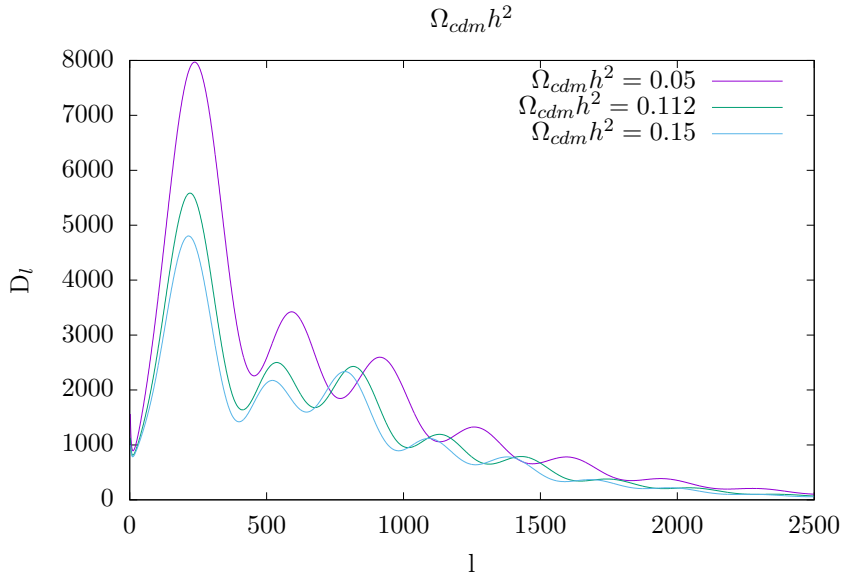


FIGURE 21.18 – **Spectre TT et densité de matière noire** $\Omega_{cdm}h^2$.

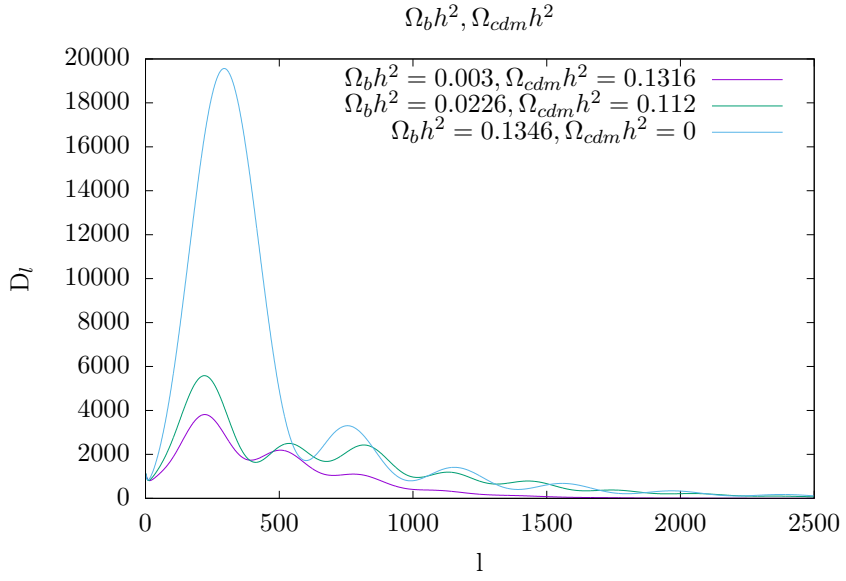


FIGURE 21.19 – **Spectre TT et répartition de la matière non relativiste**.$TODOoddbumpenhancementduetoDM$

Courbure

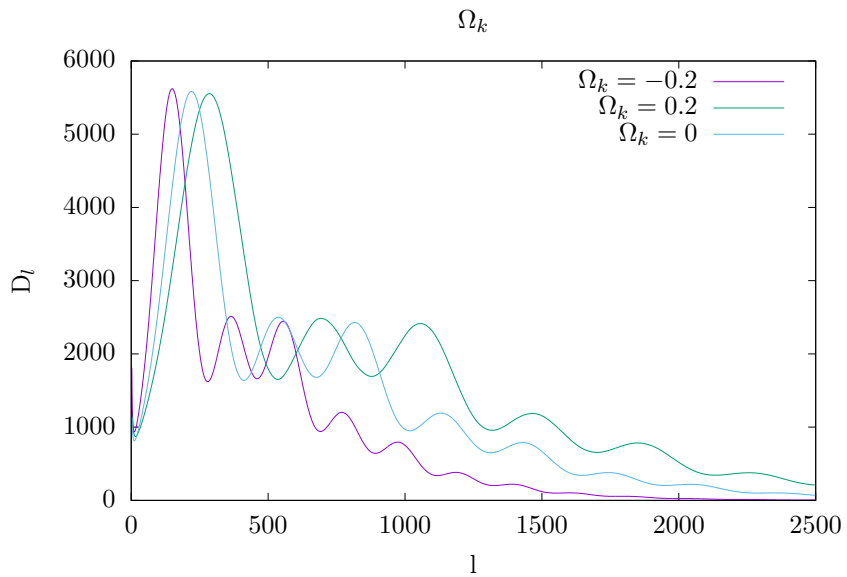


FIGURE 21.20 – **Spectre TT et courbure** Ω_k. Les mesures les plus précises du paramètre de courbure Ω_k sont compatibles avec un Univers plat. Le spectre de puissance TT est représenté ici pour différentes valeurs de Ω_k correspondant à un univers à géométrie sphérique (-0.2), plat (0), et hyperbolique (+0.2). Ω_k étant fixé par la somme $\Omega_m + \Omega_\Lambda$, c'est le paramètre Ω_Λ qui varie ici.

Les photons du CMB suivent grossièrement des géodésiques de la métrique FLRW après la recombinaison. Ces géodésiques convergent dans le cas d'une géométrie sphérique, et divergent pour une géométrie hyperbolique. La taille angulaire $\Delta\theta$ d'une fluctuation originant d'une perturbation de taille ΔL vérifie grossièrement $\Delta\theta \sim \Delta L / d_A(z_{recomb})$ où $d_A(z_{recomb})$ est la distance angulaire (p. 149) d'un objet de taille ΔL à la recombinaison et vaut :

$$d_A(z_{recomb}) = ca(t_{recomb}) S_k\left(\int_{t_{recomb}}^{t_0} \frac{dt}{a(t)}\right) \tag{21.117}$$

L'expression de S_k dépend de la géométrie de l'Univers. La valeur de l'intégrale est principalement déterminée par l'ère pendant laquelle a était petit

après la recombinaison, et alors la matière dominait. Cette intégrale vaut alors simplement $\int_{t_{recomb}}^{t_0} \frac{dt}{a(t)} = \int_0^{z_{recomb}} \frac{dz}{H_0\sqrt{\Omega_m}(1+z)^{3/2}} \simeq 2/H_0\sqrt{\Omega_m}$.

Par ailleurs :

$$\begin{cases} S_k(\chi) & = & R\sin\frac{\chi}{R} \text{ si } k<0 \\ S_k(\chi) & = & \chi \text{ si } k=0 \\ S_k(\chi) & = & R\sinh\frac{\chi}{R} \text{ si } k>0 \end{cases} \tag{21.118}$$

Et $R = \frac{c}{H_0\sqrt{|\Omega_k|}}$ si bien que :

$$\begin{cases} \Delta\theta & \propto & \sqrt{|\Omega_k|}/\sin 2\sqrt{\frac{|\Omega_k|}{\Omega_m}} \text{ si } k<0 \\ \Delta\theta & \propto & \sqrt{\Omega_m}/2 \text{ si } k=0 \\ \Delta\theta & \propto & \sqrt{|\Omega_k|}/\sinh 2\sqrt{\frac{|\Omega_k|}{\Omega_m}} \text{ si } k>0 \end{cases} \tag{21.119}$$

Ainsi, une géométrie sphérique ($\Omega_k < 0$) augmente la taille angulaire des anisotropies, et donc déplace le spectre de puissance vers la gauche, à l'inverse d'une géométrie hyperbolique.

Épaisseur optique

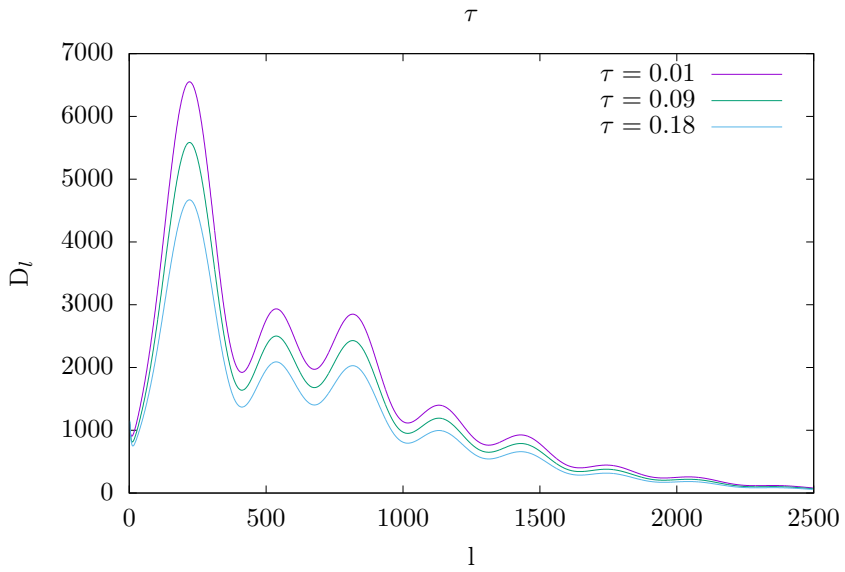


FIGURE 21.21 – **Spectre TT et épaisseur optique** τ. L'épaisseur optique mesure l'atténuation du rayonnement fossile (p. 167) par interaction avec la matière de l'Univers. Ainsi, plus τ est grand, plus cette atténuation est importante et plus le spectre est diminué. L'effet de l' épaisseur optique (p. 182) sur la courbe du spectre de puissance est globalement sa diminution d'un facteur $\sim e^{-2\tau}$.

Fluctuations primordiales

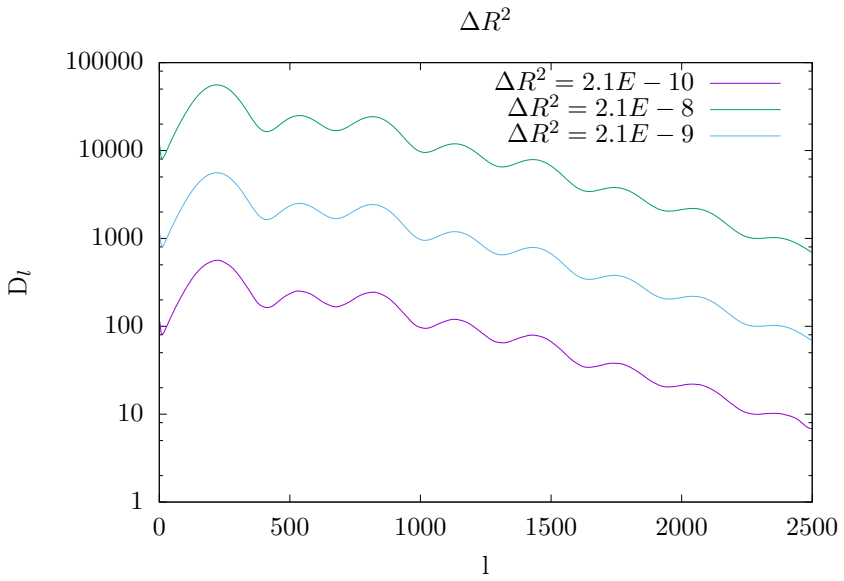


FIGURE 21.22 – **Spectre TT et amplitude des perturbations primordiales de courbure ΔR^2.** Spectre de puissance TT pour différentes valeurs d'amplitude des perturbations primordiales de courbure ΔR^2.

Comme le souligne l'échelle verticale logarithmique, multiplier la valeur de cette amplitude d'une certaine quantité a pour effet principal de multiplier le spectre de puissance de la même quantité.

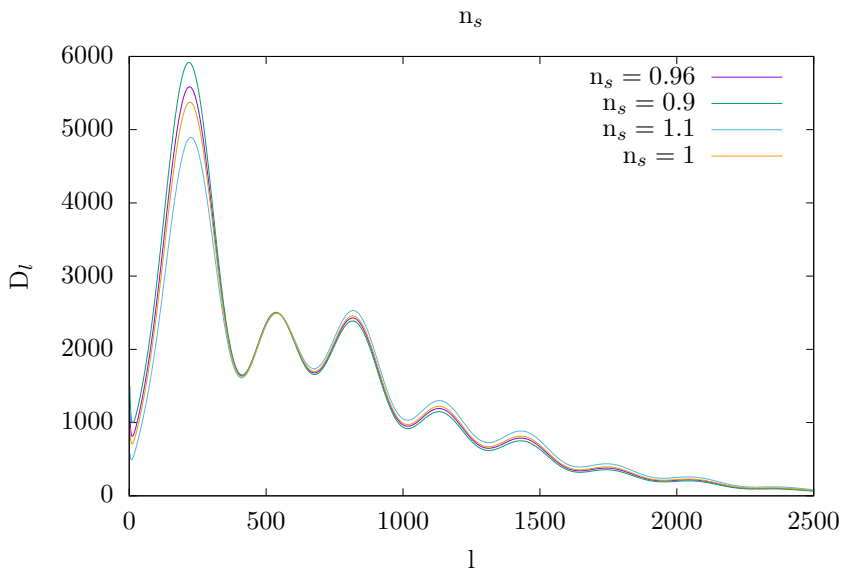


FIGURE 21.23 – **Spectre TT et indice spectral des perturbations primordiales scalaires**. Spectre de puissance TT pour différentes valeurs de l'indice spectral des perturbations primordiales n_s.

Les modèles inflationnaires prédisent des perturbations primordiales de la forme $P(k) \propto k^{-3} \left(\frac{k}{k_0}\right)^{n_s-1}$. Des petites valeurs de k sont corrélées à des grandes échelles angulaires, si bien qu'une valeur de n_s plus grande augmente les perturbations à petite échelle angulaire (haut l). Au contraire, une valeur de n_s inférieure favorise les grandes échelles angulaires.

21.36 Réionisation

La réionisation correspond à l'époque où l'hydrogène produit lors de la 'recombinaison' - lorsque les électrons et les protons se sont associés à $z \simeq 1100$ libérant le fond diffus cosmologique (p. 167) - a été reionisé. Au cours de l'expansion de l'Univers, la condensation des grandes structures a donné naissance à des régions de fortes densités dans lesquelles se sont formés des objets compacts, libérant beaucoup d'énergie, et ionisant ainsi le gaz d'hydrogène. Une grande fraction de l'hydrogène est alors devenu un plasma de

faible densité.

Cette transition s'est déroulée entre $z = 11$ et $z = 7$. Il est souvent fait l'approximation qu'elle était courte à l'échelle de l'âge de l'Univers à des fins simplificatrices ($\Delta z \ll 1$).

21.37 Découplage

Un « découplage » réfère à la rupture de l'équilibre thermique entre plusieurs particules suite à l'expansion de l'Univers. En effet, cette expansion éloignant les particules les unes des autres, tout en les refroidissant, leur taux d'interaction Γ diminue jusqu'à devenir négligeable. Lorsque le libre parcours moyen l^* des particules (la distance moyenne qu'ils parcourent entre chaque interaction) devient comparable à la taille de l'Univers, on considère qu'elles ont été libérées. C'est le cas des photons du fond diffus cosmologique (p. 167) , qui ont été libérés à $z = 1100$ et $T \sim 3000$ K. Jusque là, ils étaient retenus par leurs interactions avec le plasma protons/électrons. Ce processus correspond à la « recombinaison », c'est-à-dire l'instant où protons et électrons se sont associés en Hydrogène.

Le découplage (p. 181) est aussi le mécanisme à l'origine du fond diffus de neutrinos, qui était maintenu en équilibre thermique par des processus de type électrofaibles jusqu'à son découplage (p. 181) . C'est par ailleurs également un mécanisme proposé pour les WIMP (Weakly Interacting Massive Particles), un candidat à la matière noire.

La condition de découplage (p. 181) peut aussi s'écrire en terme de taux d'interaction Γ sachant $l^* = c/\Gamma$:

$$l^* \geq \frac{c}{H} \text{ ou } \Gamma \leq H \tag{21.120}$$

21.37.1 Découplage des neutrinos

On peut estimer, en unités naturelles ($\hbar = c = 1$), la température de découplage (p. 181) des neutrinos (p. 202) connaissant l'ordre de grandeur de leur section efficace σ (pour $T \ll m_W$) grâce à la constante de couplage de Fermi $G_F \sim 10^{-5}$ GeV^{-2} :

$$\sigma \sim G_F^2 \langle E \rangle^2 \sim G_F^2 T^2 \tag{21.121}$$

Puisque le libre parcours moyen vaut $l^* = 1/(n\sigma)$ où n est la densité de neutrinos (p. 202) , donnée par l'équation d'état du gaz de fermi ultrarelativiste, soit $n \sim T^3$. Dès lors :

$$G_F^2 T_{dec}^5 = H(T_{dec}) \tag{21.122}$$

Par ailleurs, d'après l'équation de Friedmann, $H^2 \sim M_{pl}^2 \rho(T)$, où $M_{pl} = 10^{19}$ GeV est la masse de Planck et $\rho(T) \sim T^4$ pendant l'ère radiative. Ainsi, $H \sim T^2/M_{Pl}$. Dès lors :

$$G_F^2 T_{dec}^5 \leq T_{dec}^2/M_{Pl} \text{ donc } \; T_{dec} \leq (G_F^2 M_{pl})^{-1/3} \sim 1 \text{ MeV} \tag{21.123}$$

21.38 Épaisseur optique

L'épaisseur optique $\tau(t)$ est une mesure de la fraction de photons du CMB absorbé par l'Univers au cours de leur propagation depuis la recombinaison (libération du fond diffus comsologique à $z \sim 1100$) à un instant t donné. Cette valeur augmente avec le temps, puisque le chemin parcouru par les photons augmente également. Elle augmente d'autant plus vite au cours du temps que le milieu est susceptible de réagir avec des photons.

L'intensité du fond diffus cosmologique (p. 167) est alors donnée par $I(t) = I_0 e^{-\tau(t)}$.

La contribution essentielle à τ provient de l'interaction avec les électrons libres du milieu :

$$\tau = c \int_{t_0}^{t} n_e(t)\sigma(t)dt \tag{21.124}$$

Où n_e est la densité d'électrons et σ la section-efficace de diffusion de Thomson.

21.39 Baryogénèse

Le terme baryogénèse (p. 182) désigne l'époque du Big-Bang durant laquelle les baryons (particules composées de quarks) ont été synthétisés. L'asymétrie entre matière et anti-matière requiert que le nombre baryonique, égal à $n_b - n_{\bar{b}}$, c'est-à-dire la différence entre baryons et antibaryons, soit non nul. La

baryogénèse (p. 182) doit pouvoir l'expliquer. Cette violation du nombre baryonique pourrait être expliquée par le modèle standard de la physique des particules (p. 202) , par des extensions du secteur électrofaible [90] mais aussi par des théories de grande unification qui en rapprochant leptons et baryons questionnent nécessairement la notion de conservation des nombres leptoniques et baryoniques. Aujourd'hui, la baryogénèse (p. 182) n'est donc pas encore parfaitement comprise. Elle doit comprendre deux phases, celle à l'origine des quarks (p. 202) (hors modèle standard), puis la combinaison des quarks (p. 202) en protons et neutrons.

21.40 Oscillations acoustiques des baryons

21.41 Supernovae à effondrement de coeur

Une supernova à effondrement de coeur est l'explosion qui suit l'effondrement d'une étoile massive (dont la masse excède environ 10 masses solaires), qui survient lorsque la production de fer commence dans son coeur. Une étoile résiste normalement à l'effondrement par gravité grâce aux réactions thermonucléaires exothermiques en son sein. Or, le fer est l'élément le plus stable et sa formation dans le coeur implique que seules des réactions endothermiques peuvent avoir lieu. Ces réactions sont principalement la photo-désintégration, et lorsque le coeur atteint la masse de chandrasekhar, la capture électronique qui combine électrons et protons pour former des neutrons. Cette capture, avec la création de paires électron-positron, est responsable de l'émission de grandes quantités de neutrinos (p. 202) . Alors, le coeur qui n'était supporté plus que par la pression de dégénérescence des électrons s'effondre jusqu'à ce que le caractère répulsif de l'interaction forte soit assez intense pour résister à la gravité (ce qui se produit lorsque la densité dépasse celle d'un noyau [91]). Cet arrêt abrupt de l'effondrement crée une onde de choc qui se propage vers l'extérieur et s'atténue progressivement pour ne se propager que jusqu'à une centaine de kilomètres dans l'étoile à cause des pertes énergétiques [92] [93]. Puis, la partie intérieure de l'étoile s'effondre en un objet compact, alors que la partie extérieure est plutôt accélérée dans le sens opposé après avoir été réchauffée par l'absorption de neutrinos (p. 202) . Ainsi, entre ces deux régions se forme une zone intermédiaires de faible densité et dominée par du rayonnement propice à l'éjection de la matière située dans les couches plus externes (la supernova).

En plus de l'émission de neutrinos (p. 202) et de photons, une supernova à effondrement de coeur peut aussi être la source de rayonnement gravitationnel. Le moment quadrupolaire du coeur peut augmenter pendant son effondrement [94], et la magnitude (p. 197) ainsi que le court temps typique (~ 1 s) de cet événement sont propices à l'émission d'ondes gravitationnelles très intenses.

21.42 Supernovae Ia

Une supernova de type Ia (thermonucléaire) est le phénomène très lumineux d'explosion d'une naine blanche lorsque celle-ci en accrétant de la matière devient trop massive pour demeurer stable. Les supernovae Ia sont très intéressantes en cosmologie, car ce sont des chandelles standard, similairement aux céphéides. Elles permettent donc d'effectuer des mesures de distance de luminosité (p. 144) . Étant très lumineuses, elles sont détectables même étant lointaines, jusqu'à des redshift dépassant 1. Or, à ces redshift, la dépendance de la distance de luminosité (p. 144) avec le redshift dépend beaucoup du modèle cosmologique, et donc les supernovae permettent de mesurer assez précisément des paramètres cosmologiques. C'est par leur étude que fut découverte l'accélération de l'expansion de l'Univers.

Cette annexe est divisée en trois parties :

— Naines blanches et masse de Chandrasekhar
— Effondremment
— Emploi comme chandelles standards

21.42.1 Les naines blanches, masse de Chandrasekhar

Les naines blanches sont des étoiles très compactes ($m \sim M_\odot$ et $R \sim 1\% \cdot R_\odot$), principalement constituées de carbone et d'oxygène, qui ne résistent à l'effondrement gravitationnel non pas par des réactions thermonucléaires en leur sein puisque celles-ci ne sont plus prédominantes, mais grâce à la pression de dégénérescence de leurs électrons, d'origine quantique. La suite de ce paragraphe consiste à montrer l'existence d'une masse limite pour ces objets, appelée masse de Chandrasekhar, au-delà de laquelle cette pression de dégénérescence est insuffisante pour soutenir le poids de la naine blanche.

Equation d'état du gaz d'électrons

On considère l'ensemble des électrons qui constituent l'étoile. Ceux-ci sont confinés à d'importantes pressions et densités, et leur comportement est à la fois quantique et relativiste. On cherche à établir l'équation d'état du gaz d'électrons. Pour les décrire, on apparente le système qu'ils forment à une boite de dimension $L \times L \times L$ remplie d'électrons. Pour commencer, il faut déterminer les différents états microscopiques autorisés. Pour cela on résout l'équation de Dirac (pour conserver une description quantique et relativiste), en considérant que les électrons ne peuvent s'échapper de la boite (fonction d'onde nulle aux bords) :

$$i\hbar\gamma^\mu\partial_\mu\psi - mc\psi = 0 \text{ et } \psi(t,\vec{x}) = 0 \text{ si } x_i \in \{0, L\} \tag{21.125}$$

En recherchant les solutions sous formes d'ondes on trouve :

$$\psi(t,\vec{x}) = \begin{pmatrix} \phi \\ \left[\dfrac{\vec{\sigma}\vec{p}}{E+mc^2}\right]\phi \end{pmatrix} e^{\frac{i}{\hbar}(Et-\vec{p}\cdot\vec{x})} \tag{21.126}$$

où $E = +\sqrt{m^2c^4 + p^2c^2}$, l'expression relativiste de l'énergie.

L'application des conditions aux limites donne $p_i = hn_i/L$ avec $n_i \in \mathbb{Z}$. (Même résultat avec l'équation de Schrodinger, donc non relativiste).

Maintenant que l'on connait l'ensemble des micro-états, la question est de connaitre les grandeurs thermodynamiques que sont la densité, la densité d'énergie et la pression et de les relier.

On définit la fonction $f_i(E_i)$ définie comme le nombre d'électrons dans l'état i.

Les électrons étant des fermions, pour un équilibre thermique, ils suivent la distribution de Fermi-Dirac. Ainsi, le nombre d'électrons n_i dans un état i est dans ce cas donné par :

$$f_i(E_i) = \frac{g}{e^{E_i/k_BT} + 1} \tag{21.127}$$

Où g est la dégénérescence de spin (pour un spin 1/2 comme c'est le cas pour les électrons, $g = 2$).

Ici, chaque état est déterminé par les nombres quantique n_x, n_y, n_z tels que $p^2 = \frac{h^2}{L^2}(n_x^2 + n_y^2 + n_z^2)$.

Le nombre N d'électrons est donné par la somme des espérances moyennes associées à chaque état :

$$N = f_i(E_i) = g \sum_{n_x=-\infty}^{+\infty} \sum_{n_y=-\infty}^{+\infty} \sum_{n_z=-\infty}^{+\infty} f\left(E(n_x, n_y, n_z)\right) \tag{21.128}$$

Remarquons que les niveaux d'impulsions (et donc d'énergie) sont de moins en moins espacés quand $L \to +\infty$, si bien que l'écart entre deux niveaux consécutifs devient infinitésimal. On peut donc transformer les sommes en intégrales selon : [3]

$$\sum_{n_x=-\infty}^{+\infty} \to \frac{L}{h} \int_{-\infty}^{+\infty} dp_x \tag{21.129}$$

L'expression du nombre d'électrons N devient alors :

$$N = g\frac{L^3}{h^3} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f\left(E(p_x, p_y, p_z)\right) dp_x dp_y dp_z \tag{21.130}$$

L'intégrande ne dépendant que de E qui ne dépend que de la norme de $\vec{p}$ (pas de sa direction), il est intéressant de passer en coordonnées sphériques :

$$N = g\frac{L^3}{h^3} \int_{\theta=0}^{2\pi} \int_{\phi=0}^{\pi} \int_{p=0}^{+\infty} p^2 \sin(\phi) f(E(p)) dp = 4\pi g \frac{L^3}{h^3} \int_0^{+\infty} f(E(p)) p^2 dp \tag{21.131}$$

3. Ceci ne dépend pas de L puisque la limite $L \to \infty$ que nous avons considérée supprime les effets de bords. Cette équation est vraie pour des systèmes de taille $L \gg L_0 = \dfrac{hc}{k_B T}$. A T = 1000 K (donc vraiment en dessous du minimum pour une étoile), $L_0 \sim 1$ m, ce qui est négligeable par rapport à la taille de l'étoile. Cette relation est donc valable à l'échelle locale : on peut l'appliquer au contenu de l'étoile entre r et $r + dr$.

Enfin, la densité d'électrons n vaut simplement N/L^3 et donc :

$$n = \frac{4\pi g}{h^3} \int_0^{+\infty} f(E(p))p^2 dp \tag{21.132}$$

L'énergie totale du système U est donnée par la somme des énergies moyennes de chaque état $U_i = f_i E_i$. En sommant sur tous les états autorisés on trouve :

$$U = g \sum_{n_x=-\infty}^{+\infty} \sum_{n_y=-\infty}^{+\infty} \sum_{n_z=-\infty}^{+\infty} f\left(E(p_x, p_y, p_z)\right) E(n_x, n_y, n_z) \tag{21.133}$$

Cette somme peut être transformée en intégrale par le même processus de continuisation que précédemment. La seule différence est la présence d'un facteur E supplémentaire dans l'intégrale :

$$U = 4\pi g \frac{L^3}{h^3} \int_0^{+\infty} f\left(E(p)\right) E(p) p^2 dp \tag{21.134}$$

La densité d'énergie est simplement $\rho = U/L^3$, et donc :

$$\rho = \frac{4\pi g}{h^3} \int_0^{+\infty} f\left(E(p)\right) E(p) p^2 dp \tag{21.135}$$

La pression des électrons d'impulsion p est $pv/3$ [4] Par ailleurs $v = pc^2/E$. [5] De là :

$$P = \frac{4\pi g}{3h^3} \int_0^{+\infty} f\left(E(p)\right) \frac{p^4 c^2}{E(p)} dp \tag{21.139}$$

4. La pression est la quantité de mouvement transmise à une paroi contenant le gaz par unité de surface et de temps. Montrer pv/3

5.

$$p = \frac{mv}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \tag{21.136}$$

donc

$$v^2 \left(1 + \frac{p^2}{m^2 c^2}\right) = \frac{p^2}{m^2 c^2} \tag{21.137}$$

et

$$v^2 = \frac{p^2}{m^2 + p^2/c^2} = \frac{p^2 c^4}{E^2} \tag{21.138}$$

Si les électrons sont à l'équilibre thermique, ils suivent la distribution de fermi-dirac et donc :

$$\begin{cases} n &= \dfrac{4\pi g}{h^3}\displaystyle\int_0^{+\infty} \dfrac{p^2 dp}{e^{E(p)/k_B T}+1} \\ \rho &= \dfrac{4\pi g}{h^3}\displaystyle\int_0^{+\infty} \dfrac{p^2 E(p) dp}{e^{E(p)/k_B T}+1} \\ P &= \dfrac{4\pi g}{3h^3}\displaystyle\int_0^{+\infty} \dfrac{1}{E(p)} \dfrac{p^4 c^2 dp}{e^{E(p)/k_B T}+1} \end{cases} \tag{21.140}$$

Les intégrales peuvent être réécrites à l'aide des variables $u = E/mc^2 = 1 + \frac{p^2}{m^2c^2}$ et $x = mc^2/(k_B T)$:

$$\begin{cases} n &= \dfrac{4\pi g m^3 c^3}{h^3}\displaystyle\int_1^{+\infty} \dfrac{u\sqrt{u^2-1}du}{e^{ux}+1} \\ \rho &= \dfrac{4\pi g m^4 c^5}{h^3}\displaystyle\int_1^{+\infty} \dfrac{u^2\sqrt{u^2-1}du}{e^{ux}+1} \\ P &= \dfrac{4\pi g m^4 c^5}{3h^3}\displaystyle\int_1^{+\infty} \dfrac{(u^2-1)^{3/2}du}{e^{ux}+1} \end{cases} \tag{21.141}$$

On s'intéresse ici à l'équation d'état $n \to P(n)$ puisque la relation nécessaire à la résolution du problème est celle entre la densité de masse d'électrons $\rho_m = nm$ et la pression P.

Les intégrales peuvent être évaluées numériquement.

Si les effets thermiques ne dominent plus, un cas extrême à envisager est le cas où tous les niveaux en dessous d'une certaine énergie de seuil E_F sont occupé. On parle d'état dégénéré. Ceci permet de maximiser la densité d'électrons à une énergie totale donnée. Dans ce cas la fonction $f(E)$ vaut 1 en dessous de E_F et 0 au dessus :

$$f_d(E) = \begin{cases} 1 & \text{si} \quad E \leq E_F \\ 0 & \text{si} \quad E > E_F \end{cases} \tag{21.142}$$

Et donc :

$$\begin{cases} n_d &= \dfrac{4\pi g m^3 c^3}{h^3} \displaystyle\int_1^{u_F} u\sqrt{u^2-1}du \\ P_d &= \dfrac{4\pi g m^4 c^5}{3h^3} \displaystyle\int_1^{u_F} (u^2-1)^{3/2}du \end{cases} \tag{21.143}$$

On note $n_0 = \dfrac{4\pi g m^3 c^3}{h^3}$ et $P_0 = \dfrac{4\pi g m^4 c^5}{3h^3}$.

Le régime dégénéré peut être résolu analytiquement :

$$\int_1^{u_F} u\sqrt{u^2-1}du = \frac{1}{2}\int_0^{u_F^2-1} \sqrt{t}dt = \frac{1}{3}\left(u_F^2-1\right)^{3/2} \tag{21.144}$$

Et

$$\int_1^{u_F} (u^2-1)^{3/2}du = \int_0^{\cosh^{-1} u_F} \sinh^4(t)dt = \frac{3}{8}\cosh^{-1} u_F - \frac{1}{2}u_F\sqrt{u_F^2-1} + \frac{1}{8}u_F\sqrt{u_F^2-1}(2u_F^2-1) \tag{21.145}$$

Ce qui donne, en définissant $x \equiv 3\dfrac{n}{n_0}$:

$$P = P_0\left[\frac{3}{8}\sinh^{-1}\left(x^{1/3}\right) + \sqrt{1+x^{2/3}}\left(\frac{1}{4}x - \frac{3}{8}x^{1/3}\right)\right] \tag{21.146}$$

Similairement on peut montrer que la densité d'énergie peut s'écrire :

$$\rho_e = \frac{3}{8}P_0\left[\sinh^{-1}\left(x^{1/3}\right) + \sqrt{1+x^{2/3}}\left(2x - x^{1/3}\right)\right] \tag{21.147}$$

Les courbes $n/n_0 \mapsto P/P_0$ sont calculées numériquement (facteurs dimensionnés exclus). On trouve

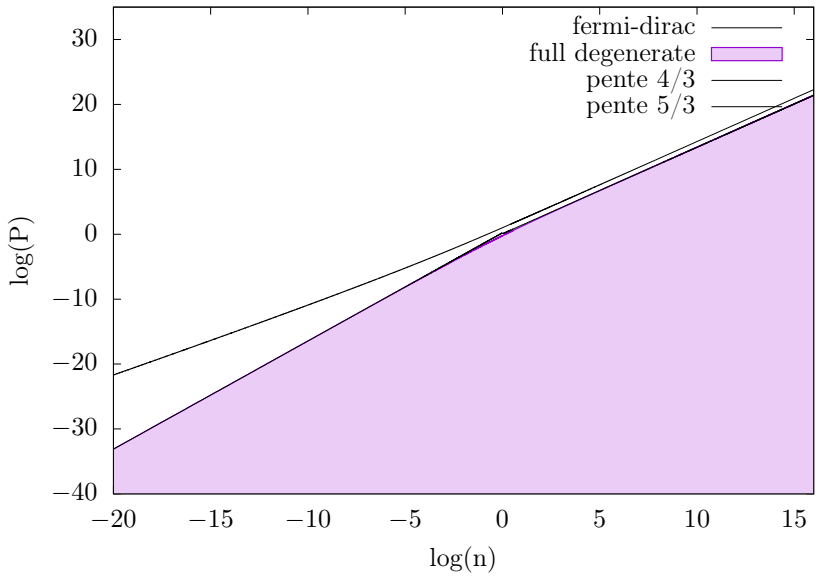


FIGURE 21.24 – **Diagramme de phase gaz d'électrons**. Diagramme de phase d'un gaz d'électrons sans interactions. La courbe noire correspond à une distribution de fermi-dirac. La courbe rouge correspond à un gaz dégénéré, dans lequel tous les états en dessous d'une certaine énergie sont systématiquement occupés. La zone rouge est interdite par le principe d'exclusion de Pauli. Il existe deux régimes asymptotiques pour le gaz dégénéré.

On observe pour un gaz dégénéré deux régimes différents :

— Faible densité : $P \sim P_0 \left(\frac{n}{n_0}\right)^{5/3}$ (courbe en pointillés)

— Haute densité : $P \sim P_0 \left(\frac{n}{n_0}\right)^{4/3}$ (courbe en traits discontinus)

Un gaz dicté par les effets thermiques se comporte comme un gaz dégénéré à forte densité et comme un gaz parfait à basse densité. (La relation pression/densité pour fermi dirac est une droite,

Résistance à la gravité

Dans une naine blanche, la force qui compense la pression de dégénérescence des électrons est la gravité. On peut montrer à partir de la relativité générale que l'équilibre se traduit par l'équation de Tolman-Oppenheimer :

$$\left(1-\frac{2GM(r)}{c^2r}\right)P'(r)=-\frac{G}{r^2}\frac{1}{c^2}\left(\rho_m(r)+\rho_e(r)+P(r)\right)\left(M(r)+4\pi r^3\frac{P(r)}{c^2}\right) \tag{21.148}$$

P est la pression, ρ_m la densité d'énergie de masse de la matière baryonique (qui constitue l'essentiel de la masse d'une étoile), et ρ_e celle du gaz d'électrons. $M(r)$ est la masse comprise dans la sphère de rayon r centrée au coeur de l'étoile. La pression qui domine est celle de dégénérescence donc P est la pression du gaz d'électrons.

Par ailleurs la masse est reliée à la densité de matière et d'énergie par : et

$$M'(r)=4\pi r^2\frac{\rho_m(r)+\rho_e(r)}{c^2} \tag{21.149}$$

On peut écrire $\rho_m \simeq n_b m_p c^2$. où on définit le rapport entre densité baryonique et d'électron $\mu \equiv n_b/n_e$. Alors on a $n_e = \rho_m/(\mu m_p c^2)$. En définissant $\rho_0 \equiv n_0 m_p c^2$, il vient que $x = 3\rho_m/(\mu\rho_0)$. Les naines blanches étant principalement constituées d'éléments tels que le carbone, il y a en moyenne un proton et un neutron pour chaque électron donc $\mu = 2$

On définit les variables adimensionnées associées : $p \equiv P/P_0$, $\epsilon = \rho_e/\rho_0$, $\xi = r/R_\odot$ et $m = M/M_\odot$

L'équation devient :

$$\left(1-\frac{2GM_\odot m(\xi)}{c^2R_\odot\xi}\right)\frac{P_0R_\odot^2}{GR_\odot}p'(\xi)=-\frac{1}{\xi^2c^2}\left(\rho_0\mu x/3+\rho_0\epsilon+P_0p(\xi)\right)\left(M_\odot m(\xi)+4\pi R_\odot^3\xi^3\frac{P_0p(\xi)}{c^2}\right) \tag{21.150}$$

En définissant les variables adimensionnées $\alpha \equiv \dfrac{P_0}{\rho_0} = \dfrac{m_e}{3m_p}$ et $\beta = \dfrac{\rho_0 R_\odot^3}{M_\odot c^2} = \dfrac{4\pi g m_e^3 m_H c^3}{h^3}\dfrac{R_\odot^3}{M_\odot}$ ainsi que le rayon de schwarszchild du Soleil $r_s = 2GM_\odot/c^2$

alors : [6]

$$2\alpha\frac{R_\odot}{r_s}\left(1-\frac{r_s m(\xi)}{R_\odot\xi}\right)p'(\xi) = -\frac{1}{\xi^2}\left(\mu x(\xi)/3+\epsilon(\xi)+\alpha p(\xi)\right)\left(m(\xi)+4\alpha\beta\pi\xi^3 p(\xi)\right) \tag{21.153}$$

Et par ailleurs :

$$m'(\xi) = 4\pi\xi^2\frac{\rho(\xi)}{\rho_0} = \frac{4}{3}\pi\xi^2\frac{\rho_0 R_\odot^3}{M_\odot}(\mu x+3\epsilon) \tag{21.154}$$

On peut aussi employer l'équation hydrostatique non relativiste :

$$2\alpha\frac{R_\odot}{r_s}p'(\xi) = -\frac{\mu m(\xi)x(\xi)}{3\xi^2} \tag{21.155}$$

Résultat

Les équations d'équilibre sont résolues (Relativité générale ou gravitation newtonienne) et conduisent au résultat suivant :

6.

$$\left(1-\frac{2GM_\odot m(\xi)}{c^2R_\odot\xi}\right)\frac{P_0R_\odot}{GM_\odot\rho_0}p'(\xi) = -\frac{1}{\xi^2}\left(\mu x(\xi)/3+\epsilon+\frac{P_0}{\rho_0}p(\xi)\right)\left(M_\odot m(\xi)+4\pi R_\odot^3\xi^3\frac{P_0p(\xi)}{c^2}\right) \tag{21.151}$$

$$\left(1-\frac{r_s m(\xi)}{R_\odot\xi}\right)2\alpha\frac{R_\odot}{r_s}p'(\xi) = -\frac{1}{\xi^2}\left(\mu x(\xi)/3+\epsilon(\xi)+\alpha p(\xi)\right)\left(M_\odot m(\xi)+4\pi R_\odot^3\xi^3\frac{P_0p(\xi)}{c^2}\right) \tag{21.152}$$

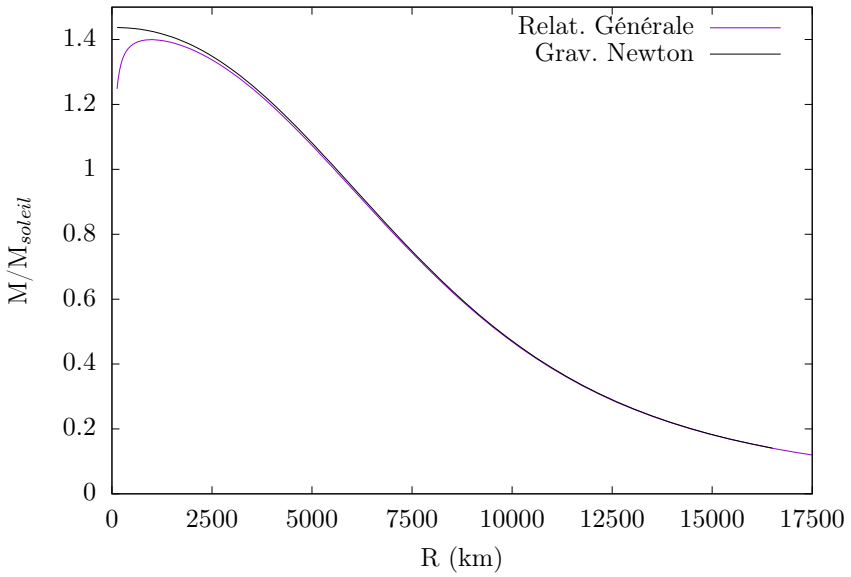


FIGURE 21.25 – **Masse d'une naine blanche en fonction de son rayon.**. La masse est exprimée en unités de masses solaires. La masse maximale est d'environ 1,44 $M_\odot$ selon la gravité Newtonienne et d'environ 1,4 $M_\odot$ avec une approche entièrement relativiste. ($\mu = 2$).

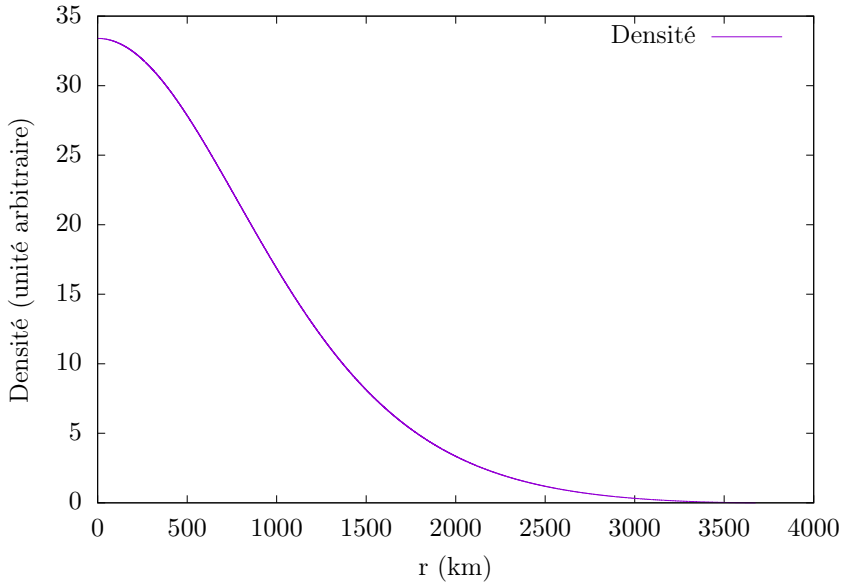


FIGURE 21.26 – **Profil de densité d'une naine blanche.**. Profil de densité d'une naine blanche de rayon $R = 3700$ km.

21.42.2 Effondrement et supernova

On estime que le mécanisme d'effondrement d'une naine blanche donnant lieu a une supernova de type Ia (p. 184) est le suivant : [95]

1. La naine blanche accrète de la matière en général d'une étoile compagnon telle qu'une géante rouge. Sa masse augmente jusqu'à devenir suffisamment proche de la limite de Chandrasekhar. Celle-ci devient alors instable (la pression de dégénerescence ne permet plus de contrer la gravité).
2.
3.
4.

21.42.3 Emploi comme chandelles standards

De façon empirique, on sait au début des années 1990 que les supernovae de type Ia (p. 184) ont une magnitude (p. 197) maximale similaire, et des courbes de luminosité ($t \mapsto L(t)$) semblables. Ces courbes montrent toute une augmentation rapide jusqu'à l'atteinte d'une maximum puis une diminution plus lente.

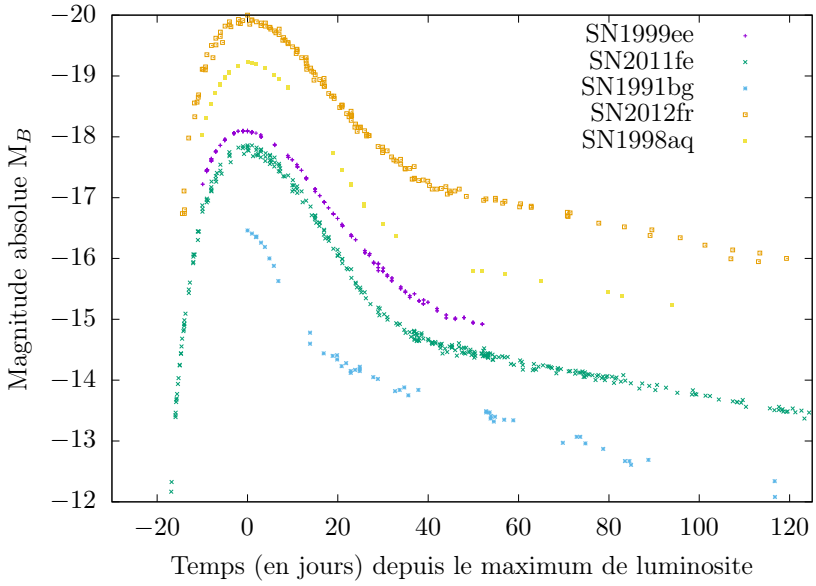


FIGURE 21.27 – . Courbes de lumière dans la bande B de plusieurs supernovae de type Ia (p. 184) , en magnitude (p. 197) absolue. Données extraites de sne.space.

De là, elles possèdent un certain potentiel en tant que chandelles standard. Une bonne chandelle standard doit avoir une dispersion en magnitude ΔM faible, pour que la méthode soit précise. Les céphéides (p. 163) variables par exemple, peuvent avoir des magnitude (p. 197) s absolues très différentes, mais celle-ci est fortement corrélée avec leur période - qui est facilement mesurable - si bien qu'on peut déduire leur magnitude (p. 197) intrinsèque avec une dispersion $\Delta M_V \sim 0{,}1$ [85].

En 1993, Phillips montre à partir de mesures effectuées sur 9 SNe Ia proches [36] que celles-ci possèdent une dispersion en magnitude maximale intrin-

sèque de l'ordre de $\pm 0,6$ dans la bande V, et $\pm 0,8$ dans la bande B. Il cite notamment le cas de la supernova SN 1991bg qui est significativement moins lumineuses que les autres. Il note aussi que sa courbe de luminosité dans la bande B au cours du temps semble décroître plus rapidement. Des corrélations sont alors recherchées afin de déterminer si l'estimation de la luminosité maximale peut être affinée à l'aide d'autres observables. Dans la poursuite de l'idée des travaux de Pskovskii en 1984, Phillips teste l'hypothèse d'une corrélation entre rapidité du déclin de la luminosité des supernovae Ia (p. 184) et leur luminosité maximale. Il définit dans ce but un paramètre de déclin noté $\Delta m_{15}(B)$ qui correspond à la variation de magnitude (p. 197) apparente entre le pic de luminosité et 15 jours plus tard. Par la suite cette méthode est encore améliorée, à l'aide de templates ou de remises à l'échelle appliquées aux courbes de lumière [96]. [37] [38]

21.43 Le grand débat

Le "grand débat" (en anglais : "great debate") fait référence à un débat donné en 1920 entre les astronomes Heber Curtis et Harlow Shapley [14] à propos de la situation des "nébuleuses spirales" (qu'on appelle aujourd'hui "galaxies spirales") vis à vis de la Voie Lactée. Pour premier, ces nébuleuses étaient des galaxies indépendantes semblables à la Voie Lactée. Pour le second, elles appartenaient au contraire à la Voie Lactée qui aurait en fait été l'ensemble de l'Univers. La raison pour laquelle la réponse n'était pas évidente à l'époque était l'impossibilité de déterminer la distance de tels objets. Très vite cependant, les travaux d'Hubble permirent de trancher grâce à l'observation des céphéides (p. 163) : les nébuleuses spirales étaient bien plus distantes que les autres objets alors observés, bien au-delà du plan galactique de la Voie Lactée.

21.44 Principe d'équivalence

Le principe d'équivalence (p. 196) formule de façon générale l'idée selon laquelle la nature d'un objet n'affecte pas la façon dont il se meut dans un champ de gravitation. Cette idée était déjà présente en mécanique Newtonienne, dans laquelle un corps de masse m dans un champ de gravitation $\vec{g}$ obéit à la troisième loi de Newton $m_i \dfrac{d\vec{v}}{dt} = m_g \vec{g}$. La masse inertielle m_i étant

considérée comme identique à la masse m_g chez Newton, il vient que pour tout corps $\frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{g}$.

Le principe d'équivalence (p. 196) tel qu'énoncé par Einstein en 1907 peut être formulé ainsi [97] : *the outcome of any local, nongravitational test experiment is independent of the experimental apparatus' velocity relative to the gravitational field and is independent of where and when in the gravitational field the experiment is performed.*

On distingue deux formulations type du principe d'équivalence (p. 196) :
Principe d'équivalence faible : Des masses "tests" (d'influence gravitationnelle négligeable) se meuvent de la même façon dans un champ gravitationnel indépendamment de leur nature : leur mouvement ne dépend que de leur position et vitesse initiale dans l'espace-temps.

Principe d'équivalence fort : Le résultat de toute expérience physique, pouvant inclure notamment la gravitation elle-même, est le même dans tout référentiel en chute libre, quelque soit sa position dans l'espace-temps..

Du principe d'équivalence (p. 196) au formalisme tensoriel : Le principe d'équivalence (p. 196) suggère une formulation particulière de la gravitation. En particulier, si tous les objets en chute libre suivent la même trajectoire, cette trajectoire a un caractère universel. En relativité générale, celle-ci est une géodésique dans une variété riemannienne.

21.45 Magnitude

La **magnitude (p. 197) apparente** m d'un objet céleste est une quantité mesurant le rapport entre le flux lumineux qu'un appareil reçoit de cet objet et un flux lumineux de référence (la définition actuelle est le flux émis par l'étoile Vega reçu sur Terre). Plus exactement :

$$m = -2.5 \log \frac{F_{objet}}{F_{reference}} \tag{21.156}$$

Souvent le flux est mesuré dans un intervalle restreint de longueurs d'ondes (appelé "bande") en opposition à la magnitude (p. 197) dite "bolométrique" qui utilise le flux total.

La **magnitude (p. 197) absolue** M d'un objet céleste la magnitude (p.

197) apparente qu'on mesurerait si il se trouvait à une distance de 10 parsecs. Puisque cette quantité ne dépend pas de la distance entre cet objet et l'observateur, elle donne une mesure de sa luminosité intrinsèque (la puissance lumineuse qu'il émet). On peut établir une relation simple entre m et M. Par définition on a :

$$M = -2.5 \log \frac{F_{objet,10pc}}{F_{reference}} = -2.5 \left(\log \frac{F_{objet,10pc}}{F_{objet}} + \log \frac{F_{objet}}{F_{reference}} \right) \quad (21.157)$$

Or la luminosité est inversement proportionnelle au carré de la distance d et donc :

$$M = -2.5 \left(2 \log \frac{d}{10 \text{ pc}} \right) + m = m - 5 \log \frac{d}{10 \text{ pc}} \quad (21.158)$$

On écrit ainsi parfois $M = m + 5 - 5 \log D$ où D est la distance en parsecs.

21.46 Problème de la platitude

Le problème de la platitude est la question soulevée par la nécessité dans un Univers en Big Bang que pour que l'Univers soit relativement plat aujourd'hui (ce qui semble être le cas), il a fallu qu'il le soit bien davantage encore à ses débuts. Le paramètre de courbure Ω_k est estimé avoir du être inférieur à 10^{-60} à un moment donné de l'histoire de l'Univers pour être compatible avec sa valeur actuelle estimée inférieure à 10^{-4}. Cela requiert donc que ce paramètre prenne une valeur très particulière (ajustement fin) ce qui suggérerait que notre Univers a des caractéristiques improbables.

21.46.1 Evaluation du problème

En définissant la densité critique à chaque instant donné de l'histoire de l'Univers $\rho_c(t) = \dfrac{3c^2 H(t)^2}{8\pi G}$, avec $H(t) = \dot{a}/a$, la première des équations de Friedmann (p. 125) peut s'écrire :

$$(\rho_c - \rho)\, a^2 = \frac{3c^4}{8\pi G} \frac{k}{R^2} \quad (21.159)$$

En introduisant le paramètre de courbure $\Omega_k = \dfrac{\rho - \rho_c}{\rho_c}$ qui représente à une date donnée la différence relative entre la densité d'énergie dans l'Univers et la densité critique, il vient que :

$$\Omega_k \rho a^2 = -\frac{3c^4}{8\pi G}\frac{k}{R^2} \tag{21.160}$$

Le membre de droite étant une fonction de constantes uniquement, il apparait que :

$$\Omega_k \rho a^2 = \text{ cste} \tag{21.161}$$

Si la densité d'énergie dans l'Univers aujourd'hui est relativement proche de la densité critique, disons $|\Omega_{k0}| < M$ où M de l'ordre de la dizaine au maximum, cela signifie donc que le rayon de courbure de l'Univers R est comparable ou supérieure à l'horizon $\sim c/H$ et donc que l'Univers est à peu près plat. La limite M peut être évaluée expérimentalement. Au début des années 1980 elle est évaluée à la dizaine, aujourd'hui à 10^{-4}. C'est pourquoi on considère que l'Univers est "plat".

Or, d'après la relation précédente, on doit avoir :

$$|\Omega_k(t)| = |\Omega_{k0}|\frac{\rho_0}{\rho(t)a(t)^2} \leq M\frac{\rho_0}{\rho(t)a(t)^2} \tag{21.162}$$

Dans les phases où l'expansion de l'Univers était la plus importante, la densité d'énergie a évolué en $\mathcal{O}(a^{-4})$ puis en $\mathcal{O}(a^{-3})$ si bien que $\Omega_k(t)$ a évolué en $\mathcal{O}(a^n)$ avec $1 \leq n \leq 2$. La valeur du paramètre Ω_k était donc bien plus petite qu'actuellement vers les débuts de l'Univers - d'un facteur au moins inférieur à celui du facteur d'échelle (p. 139) à l'époque. Si l'on suppose que la physique du big bang est comprise et peut être décrite avec les théories jusqu'à une situation ou sa température était en dessous de T_{max} cela permet d'affirmer que le paramètre de courbure devait à cet instant être au moins aussi petit qu'une certaine valeur. Puisque $T(t)a(t) = \text{cste}$, et qu'au début de l'expansion $\rho(t)a^4(t) = \text{cste}$ alors :

$$|\Omega_k(t)| \sim |\Omega_{k0}|\left(\frac{2,7\text{K}}{T_{max}}\right)^2 \tag{21.163}$$

Pour $T_{max} \sim$ TeV (c'est-à-dire à la limite de la physique que l'on sait reproduire dans les accélérateurs de particules), et $\Omega_{k0} \sim 10^{-4}$ alors $|Omega_k|$ devait valoir de l'ordre de 10^{-36} ! Si à cette température le paramètre de courbure avait été un peu différent, cela aurait eu un impact très important sur sa valeur actuelle.

21.47 Problème de l'Horizon

Le problème de l'Horizon est un problème lié au modèle du Big Bang chaud gouverné par le rayonnement, d'après lequel de très nombreuses régions de l'Univers vers ses premiers instants devaient avoir des propriétés physiques identiques alors même qu'elles étaient causalement séparées (elles n'avaient pu encore interagir).

21.47.1 Évaluation du problème

On observe aujourd'hui que l'Univers est plutôt homogène, au moins à l'échelle que l'on peut observer. Pour que cela soit le cas il semble qu'il faille que toutes les régions de l'Univers aujourd'hui observable aient été en interaction au début du Big Bang afin qu'elles soient semblables. Pour vérifier que c'était bien le cas, on peut comparer la taille de la région correspondant à l'Univers actuellement observable (que l'on sait homogène) à une certaine date dans le passée, à l'échelle maximale de propagation des interactions depuis l'origine du Big Bang, qui correspond à la distance maximale parcourue par un signal lumineux créé à cet instant zéro. (On appelle cette distance "Horizon").

La distance physique maximale qu'a pu couvrir un rayon lumineux depuis l'origine du big bang (aussi appelé "horizon des particules") jusqu'à t_0 est :

$$l(0, t_0) = \int_0^{t_0} \frac{cdt'}{a(t')} \tag{21.164}$$

On peut réécrire cette intégrale :

$$l(0, t_0) = c \int_0^{a(t_0)} \frac{da}{a\dot{a}} = ca(t_0) \int_0^{a(t_0)} \frac{1}{a^2 H(a)} da \tag{21.165}$$

L'équation de Friedmann permet d'exprimer la fonction $a \mapsto H(a)$ en fonction du contenu de l'Univers. Pour un fluide d'équation d'état $P = w\rho$, alors on a, pour un Univers plat :

$$H(a) = H_0 a^{-3(1+w)/2} \tag{21.166}$$

Et donc :

$$l(0, t_0) = cH_0 \int_0^{a(t_0)} a^{(3w-1)/2} da = \frac{cH_0}{1+3w} a(t_0)^{(1+3w)/2} \tag{21.167}$$

Si

En comparaison, la taille à t_0 d'une région de taille L à t est

$$L(t_0, t) = L\frac{a(t_0)}{a(t)} \tag{21.168}$$

21.47.2 Solution au problème

Une solution à ce problème peut être apportée par la théorie de l'inflation cosmique. Celle-ci suggère grossièrement une phase d'expansion exponentielle :

$$a(t) \propto \exp(t/\tau) \tag{21.169}$$

On a alors entre le début $t_i = 0$ et la fin t_f de l'inflation :

$$l(0, t_f) = c\tau \tag{21.170}$$

Et on écrit :

$$L(t_i, t_f) = L(t_f)e^{-N^*} \tag{21.171}$$

Où N, souvent appelé nombre de "e-folds", vaut quelques dizaines, l'expansion ayant été extrêmement importante durant la phase d'inflation.

De là :

$$\frac{l(0,t_f)}{L(0,t_f)} = \frac{c\tau}{L(t_f)} e^{N^*} \tag{21.172}$$

L'horizon des particules est alors augmenté d'un énorme facteur (e^{N^*}), suffisant pour qu'une région de taille L à la fin de l'inflation ayant conduit à l'Univers observable aujourd'hui ait été entièrement causalement connectée avant l'inflation.

21.48 Modèle standard de la physique des particules

Le modèle standard de la physique des particules (p. 202) est le modèle inscrit dans le cadre de la théorie quantique des champs qui décrit les interactions électromagnétique, faible et forte.

21.48.1 Contenu

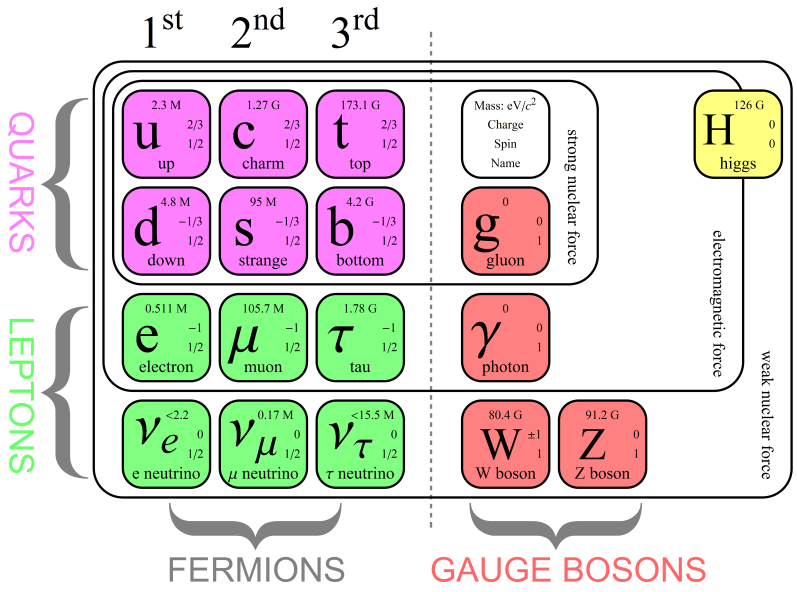


FIGURE 21.28 – **Élements du modèle standard**. Particules élémentaires du modèle standard. Source : physik.uzh.ch.

21.48.2 Lagrangien du modèle standard

La physique du modèle standard peut-être résumée de façon condensée dans l'expression de son lagrangien :

$$\mathcal{L}_{\rm SM} = \mathcal{L}_{\rm Dirac} + \mathcal{L}_{\rm mass} + \mathcal{L}_{\rm gauge} + \mathcal{L}_{{\rm gauge}/\psi} \ . \tag{1}$$

Here,

$$\mathcal{L}_{\rm Dirac} = i\bar{e}^i_{\rm L}\partial\!\!\!/ e^i_{\rm L} + i\bar{\nu}^i_{\rm L}\partial\!\!\!/ \nu^i_{\rm L} + i\bar{e}^i_{\rm R}\partial\!\!\!/ e^i_{\rm R} + i\bar{u}^i_{\rm L}\partial\!\!\!/ u^i_{\rm L} + i\bar{d}^i_{\rm L}\partial\!\!\!/ d^i_{\rm L} + i\bar{u}^i_{\rm R}\partial\!\!\!/ u^i_{\rm R} + i\bar{d}^i_{\rm R}\partial\!\!\!/ d^i_{\rm R} \ ; \tag{2}$$

$$\mathcal{L}_{\rm mass} = -v\left(\lambda^i_e\bar{e}^i_{\rm L}e^i_{\rm R} + \lambda^i_u\bar{u}^i_{\rm L}u^i_{\rm R} + \lambda^i_d\bar{d}^i_{\rm L}d^i_{\rm R} + {\rm h.c.}\right) - M^2_W W^+_\mu W^{-\mu} - \frac{M^2_W}{2\cos^2\theta_W}Z_\mu Z^\mu \ ; \tag{3}$$

$$\mathcal{L}_{\rm gauge} = -\frac{1}{4}(G^a_{\mu\nu})^2 - \frac{1}{2}W^+_{\mu\nu}W^{-\mu\nu} - \frac{1}{4}Z_{\mu\nu}Z^{\mu\nu} - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + \mathcal{L}_{WZA} \ , \tag{4}$$

where

$$\begin{aligned} G^a_{\mu\nu} &= \partial_\mu A^a_\nu - \partial_\nu A^a_\mu - g_3 f^{abc}A^b_\mu A^c_\nu \\ W^\pm_{\mu\nu} &= \partial_\mu W^\pm_\nu - \partial_\nu W^\pm_\mu \\ Z_{\mu\nu} &= \partial_\mu Z_\nu - \partial_\nu Z_\mu \\ F_{\mu\nu} &= \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu \ , \end{aligned} \tag{5}$$

and

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{WZA} = \ & ig_2\cos\theta_{\rm W}\left[\left(W^-_\mu W^+_\nu - W^-_\nu W^+_\mu\right)\partial^\mu Z^\nu + W^+_{\mu\nu}W^{-\mu}Z^\nu - W^-_{\mu\nu}W^{+\mu}Z^\nu\right] \\ & +ie\left[\left(W^-_\mu W^+_\nu - W^-_\nu W^+_\mu\right)\partial^\mu A^\nu + W^+_{\mu\nu}W^{-\mu}A^\nu - W^-_{\mu\nu}W^{+\mu}A^\nu\right] \\ & +g_2^2\cos^2\theta_{\rm W}\left(W^+_\mu W^-_\nu Z^\mu Z^\nu - W^+_\mu W^{-\mu}Z_\nu Z^\nu\right) \\ & +g_2^2\left(W^+_\mu W^-_\nu A^\mu A^\nu - W^+_\mu W^{-\mu}A_\nu A^\nu\right) \\ & +g_2 e\cos\theta_{\rm W}\left[W^+_\mu W^-_\nu\left(Z^\mu A^\nu + Z^\nu A^\mu\right) - 2W^+_\mu W^{-\mu}Z_\nu A^\nu\right] \\ & +\frac{1}{2}g_2^2\left(W^+_\mu W^-_\nu\right)\left(W^{+\mu}W^{-\nu} - W^{+\nu}W^{-\mu}\right) \ ; \end{aligned} \tag{6}$$

and

$$\mathcal{L}_{{\rm gauge}/\psi} = -g_3 A^a_\mu J^{\mu a}_{(3)} - g_2\left(W^+_\mu J^\mu_{W^+} + W^-_\mu J^\mu_{W^-} + Z_\mu J^\mu_Z\right) - eA_\mu J^\mu_A \ , \tag{7}$$

where

$$\begin{aligned} J^{\mu a}_{(3)} &= \bar{u}^i\gamma^\mu T^a_{(3)}u^i + \bar{d}^i\gamma^\mu T^a_{(3)}d^i \\ J^\mu_{W^+} &= \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\bar{\nu}^i_{\rm L}\gamma^\mu e^i_{\rm L} + V^{ij}\bar{u}^i_{\rm L}\gamma^\mu d^j_{\rm L}\right) \\ J^\mu_{W^-} &= \left(J^\mu_{W^+}\right)^* \\ J^\mu_Z &= \frac{1}{\cos\theta_{\rm W}}\left[\frac{1}{2}\bar{\nu}^i_{\rm L}\gamma^\mu\nu^i_{\rm L} + \left(-\frac{1}{2} + \sin^2\theta_{\rm W}\right)\bar{e}^i_{\rm L}\gamma^\mu e^i_{\rm L} + (\sin^2\theta_{\rm W})\bar{e}^i_{\rm R}\gamma^\mu e^i_{\rm R}\right. \\ & \quad + \left(\frac{1}{2} - \frac{2}{3}\sin^2\theta_{\rm W}\right)\bar{u}^i_{\rm L}\gamma^\mu u^i_{\rm L} + \left(-\frac{2}{3}\sin^2\theta_{\rm W}\right)\bar{u}^i_{\rm R}\gamma^\mu u^i_{\rm R} \\ & \quad \left. + \left(-\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\sin^2\theta_{\rm W}\right)\bar{d}^i_{\rm L}\gamma^\mu d^i_{\rm L} + \left(\frac{1}{3}\sin^2\theta_{\rm W}\right)\bar{d}^i_{\rm R}\gamma^\mu d^i_{\rm R}\right] \\ J^\mu_A &= (-1)\bar{e}^i\gamma^\mu e^i + \left(\frac{2}{3}\right)\bar{u}^i\gamma^\mu u^i + \left(-\frac{1}{3}\right)\bar{d}^i\gamma^\mu d^i \ . \end{aligned} \tag{8}$$

FIGURE 21.29 – **Lagrangien du modèle standard**. Lagrangien du modèle standard exprimé en fonction des champs de ses diverses particules. Source : cosmic variance.

21.49 Théorie de Grande Unification

Une Théorie de Grande Unification (p. 204) (En anglais GUT pour Grand Unified Theory (p. 204)) est une théorie visant à regrouper l'interaction électrofaible avec l'interaction forte sous une description plus générale avec sa propre invariance de jauge et une unique constante de couplage. TODO expliquer. SU(3) x SU(2) x U(1) TODO exemple. GUT (p. 204) scale energy. Modèle standard, paramètres libres etc.

21.49.1 Interaction électrofaible : un exemple d'unification

TODO exemple unification U(1) et SU(2) en U(1) x SU(2). champ de Higgs. Voir Zee

21.49.2 GUT et monopôles magnétiques

21.49.3 Lien avec l'inflation

21.50 Brisure de symétrie

Une brisure de symétrie (p. 204) est un mécanisme qui comprend le passage d'un état très symétrique à un état avec un degré de symétrie inférieur. Cette transition conduit à la préférence aléatoire d'un certain état arbitraire pour la nature.

Ce genre de mécanisme permet ainsi de lever l'arbitraire d'une théorie en suggérant qu'elle découle d'une théorie sous-jascente plus symétrique qui autorise une perte spontanée de degré de symétrie avec préférence d'une direction particulière.

Un exemple souvent cité est celui d'un crayon maintenu à la verticale que l'on lâcherait. Dans cette situation, aucune direction dans le plan horizontal n'est privilégiée (symétrie de rotation autour de l'axe vertical). Mais cette position est instable, et le crayon tombera en le lâchant. Ce faisait, l'extrêmité par laquelle il était maintenu pointera dans une direction aléatoire, et la symétrie de rotation sera perdue.

La suite de cette annexe s'inspire largement du chapitre 'Symmetry Breaking' de l'excellent ouvrage de A. Zee.

21.50.1 Champ scalaire avec brisure de symétrie discrète

On considère un champ scalaire ϕ de lagrangien de type ϕ^4 usuel :

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}\partial_\mu\phi\partial^\mu\phi - V(\phi) = \frac{1}{2}\partial_\mu\phi\partial^\mu\phi + \frac{1}{2}\mu^2\phi^2 - \frac{1}{4}\lambda\phi^4 \tag{21.173}$$

Ce lagrangien est invariant par la transformation $\phi \to -\phi$. Son potentiel $V(\phi) = \mu^2\phi^2/2 - \lambda\phi^4/4$ a pour forme :

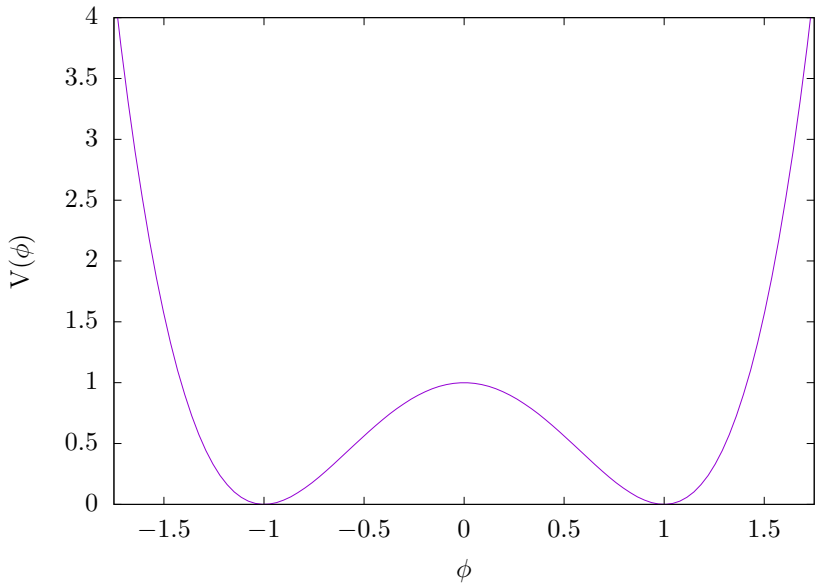


FIGURE 21.30 – **Potentiel du champ scalaire**. Potentiel du champ scalaire avec $\mu = 2$, $\lambda = 4$. Ce champ est invariant par la transformation $\phi \to -\phi$ (symétrie par parité). Il existe deux positions d'équilibres instables $\pm\phi_0$ et une instable qui respecte la symétrie par parité : $\phi = 0$ (ni la 'gauche' ni la 'droite' du graphe ne sont privilégiés et l'état symétrique est 0).

L'état symétrique $\phi = 0$ est instable. Les états d'équilibre $\phi = \pm\phi_0$ sont stables, et $\phi_0 = \sqrt{\mu^2/\lambda}$.

Si le champ est confiné au voisinage d'une des positions d'équilibres, alors $\phi = \pm\phi_0 + \delta\phi$ et :

$$\mathcal{L} = \frac{\mu^4}{4\lambda} + \frac{1}{2}\partial_\mu\delta\phi\partial^\mu\delta\phi - \mu^2\delta\phi^2 + \mathcal{O}(\delta\phi^3) \tag{21.174}$$

21.50.2 Couplage de Yukawa et terme de masse, mécanisme de Brout-Englert-Higgs

Soit un champ fermionique ψ couplé à un champ scalaire ϕ via un terme de Yukawa dans le Lagrangian, $\mathcal{L} \supset -g\psi\phi\bar{\psi}$. Alors autour d'une position d'équilibre ϕ_0, en effecutant la transformation $\phi \to \phi_0 + \phi$, ce terme devient :

$$-g\phi_0\psi\bar{\psi} - g\phi\psi\bar{\psi} \tag{21.175}$$

Le premier terme est équivalent à une terme de masse $m = g\phi_0$. C'est par ce mécanisme (mécanisme de Brout-Englert-Higgs (p. 204)) que le Higgs donne une masse aux fermions, avec $\phi_0 = v = 246$ GeV, la 'vacuum expectation value' du Higgs.

21.51 Invariance de Jauge

Une invariance de jauge est la propriété d'un champ de pouvoir subir une transformation mathématique sans que cela n'en change les manifestations physiques. Les invariances imposent une certaine structure au champ et induisent des lois de conservations conformément au théorème de Noether.

21.51.1 Exemple : invariance U(1) et électromagnétisme

Le Lagrangien pour un fermion (par exemple un électron) libre de masse m est le lagrangien de Dirac :

$$\mathcal{L}_{\text{Dirac}} = \frac{1}{2}i\hbar\bar{\psi}\gamma^\mu\partial_\mu\psi + mc\bar{\psi}\psi \tag{21.176}$$

Si on impose une invariance $U(1)$, donc par transformation unitaire - qui préserve la norme - alors la transformation $\psi(x_\mu) \to \psi'(x_\mu) = \psi e^{ik\phi(x_\mu)}$

(qui change localement la phase du champ ψ) doit préserver les résultats physiques. Or, on remarque que le lagrangien de dirac n'est pas invariant par une telle transformation :

$$\mathcal{L}'_{\text{Dirac}} = i\hbar\bar{\psi}\gamma^{\mu}\left(\partial_{\mu}\psi + ik\psi\partial_{\mu}\phi\right) + mc\bar{\psi}\psi \tag{21.177}$$

On peut alors substituer l'opérateur ∂_{μ} par l'opérateur de différentiation $D_{\mu} = \partial_{\mu} + ikA_{\mu}$ où A_{μ} est un nouveau champ vectoriel. Le nouveau lagrangien devient :

$$\mathcal{L} = i\hbar\bar{\psi}\gamma^{\mu}D_{\mu}\psi + mc\bar{\psi}\psi = i\hbar\bar{\psi}\gamma^{\mu}\left(\partial_{\mu} + ikA_{\mu}\right)\psi + mc\bar{\psi}\psi \tag{21.178}$$

$$\mathcal{L}' = i\hbar\bar{\psi}\gamma^{\mu}\left(\partial_{\mu}\psi + ik\psi\partial_{\mu}\phi + ikA_{\mu}\psi\right) + mc\bar{\psi}\psi \tag{21.179}$$

Et donc

$$\mathcal{L}' = i\hbar\bar{\psi}\gamma^{\mu}\left[\partial_{\mu}\psi + ik\psi\left(\partial_{\mu}\phi + A_{\mu}\right)\right] + mc\bar{\psi}\psi \tag{21.180}$$

Si la physique est invariante par la transformation $A_{\mu} \to A'_{\mu} = A_{\mu} + \partial_{\mu}\phi$ alors ...

On peut rajouter un terme proportionnel à $F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}$ où $F_{\mu\nu} = \partial_{\mu}A_{\nu} - \partial_{\nu}A_{\mu}$ (tenseur électromagnétique) qui est bien un invariant de Lorentz, et ne dépend que des dérivées d'ordre 1 du champ A_{μ} et par ailleurs respecte l'invariance par la transformation $A_{\mu} \to A'_{\mu}$.

Le Lagrangien s'écrit alors, en définissant $q = -k$:

$$\mathcal{L} = i\hbar\bar{\psi}\gamma^{\mu}\left(\partial_{\mu} - iqA_{\mu}\right)\psi + mc\bar{\psi}\psi - \frac{1}{4\mu_0 c}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} \tag{21.181}$$

Note : $F_{\mu\nu} = \partial_{\mu}A_{\nu} - \partial_{\nu}A_{\mu}$ respecte bien cette invariance, tout comme $j_{\mu}A^{\mu}$.

21.52 Unités naturelles

Le système d' unités naturelles (p. 208) est un système d'unités dans lequel $\hbar = 1$, $c = 1$ et $k_B = 1$. Dans ce système, toutes les unités de longueur, temps, masse et température (et les unités dérivées) peuvent s'exprimer à l'aide de puissance de l'électron-Volt (eV), une unité d'énergie. Ce choix d'unité est particulièrement commode et très utilisé en physique des particules.

Unités SI - mks	**Unités cgs**	**Unités naturelles**
m	100 cm	$1,97 \times 10^{-7}$ GeV^{-1}
kg	1000 g	$5,61 \times 10^{35}$ eV^{1}
s	s	$6,58 \times 10^{-16}$ GeV
J	10^7erg	$6,24 \times 10^{18}$eV
K	K	$8,62 \times 10^{-5}$GeV

21.53 Lentille gravitationnelle

L'effet de lentille gravitationnelle est la déviation de rayons lumineux approchant un astre massif. Cet effet, correctement prédit par la relativité générale, a été observé en 1919 par Eddington (p. 120) pendant une éclipse solaire. Le terme de lentille provient de la tendance à la légère focalisation des rayons comme dans la situation des rayons lumineux rasants le Soleil.

21.53.1 Effet d'une masse ponctuelle

Un rayon lumineux approchant une masse M avec un paramètre d'impact b (distance entre la trajectoire non déviée et l'objet) est dévié d'un angle $\Delta\phi$ donné par :

$$\Delta\phi = \frac{4GM}{bc^2} \tag{21.182}$$

(La démonstration à partir des équations d'Einstein est disponible dans le cours de Richard Taillet, voir les vidéos suivante : Métrique de Schwarzschild

1, Métrique de Schwarzschild 2, Équations du mouvement, Déviation de la lumière).

21.53.2 Équation des lentilles

La lumière qui nous parvient de sources lointaines a pu subir l'influence de multiples masses étendues. La déviation par rapport à l'axe de visée est alors donnée par :

$$\Delta\vec{\alpha} = \frac{2}{c^2}\int \nabla_\perp \Phi dz \tag{21.183}$$

L'intégrale est ici prise le long du chemin parcouru par la lumière, qui est dans la limite des champs faibles, à peu près similaire au chemin non dévié.

21.53.3 Cisaillement cosmique

Le cisaillement cosmique est un exemple particulier d'effet de lentille gravitationnelle (p. 208) faible [98].

21.53.4 En savoir plus

L'ouvrage *Cosmologie Primordiale* [33] est excellent à ce sujet ; non seulement les auteurs y travaillent les calculs de déviation et les comparent aux figures de lentilles gravitationnelles (e.g. croix d'Einstein) mais ils précisent aussi les implications cosmologiques.

21.54 Problème de la hiérarchie

Le problème de la hiérarchie (p. 209) fait référence à la différence d'échelle d'énergie extrêmement élevée entre l'interaction électrofaible ($\sim$ 100 GeV) et l'interaction gravitationnelle ($\sim M_{planck} \sim 10^{19}$ GeV). Cette différence est jugée problématique puisqu'on attend en général des théories physiques qu'elles fassent intervenir des paramètres libres sans dimension d'un ordre de grandeur proche de l'unité (la **naturalité**), ce qui n'est pas le cas de $M_{planck}/M_H \sim 10^{17}$ par exemple. Ce problème est parfois formulé comme

l'extrême faiblesse de l'intensité de l'interaction gravitationnelle en comparaison des autres interactions connues, l'échelle de Planck étant si élevée.

21.54.1 Correction de masse du Higgs

Dans le modèle Standard, le boson de Higgs (p. 202) de champ ϕ intervient dans le lagrangien via des termes de la forme :

$$\mathcal{L} \supset \frac{1}{2}(D_\mu\phi)(D^\mu\phi)^\dagger - \frac{1}{2}\mu^2\phi\phi^\dagger + \frac{\lambda}{4}(\phi\phi^\dagger)^2 \tag{21.184}$$

Le terme en $-\mu^2$ est le terme de masse. Le terme d'auto-interaction ($\propto \lambda$) donne lieu à des corrections d'ordre > 0 du propagateur (amplitude pour un Higgs de "passer" de x à y). Un diagramme de Feynman possible pour une correction d'ordre 1 avec boucle est :

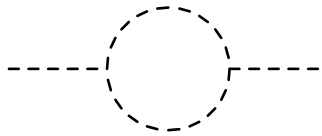


FIGURE 21.31 – Energie d'auto-interaction du Higgs à boucle simple

L'amplitude associée à la boucle est de l'ordre de :

$$\lambda \int_0^\Lambda \frac{d^4k}{k^2 - m^2} = \lambda\mathcal{O}(\Lambda^2) \tag{21.185}$$

Où la divergence de l'intégrale a été gérée en introduisant un "cut-off" Λ, une énergie maximale au-delà de laquelle on attend que la théorie s'effondre (typiquement $\Lambda < M_{planck} = 10^{19}$ GeV).

Il en résulte une correction du terme de masse $\mu^2_{effectif} \sim \mu^2 - \lambda\mathcal{O}(\Lambda^2)$. Cette masse corrigée doit être de l'ordre de l'échelle électrofaible. Le terme d'interaction est attendu *a priori* aux alentours de l'échelle de Planck (si le modèle standard est valide jusqu'à cet échelle). Dans ce cas, le terme μ^2 doit être extrêmement élevé, de l'ordre de l'échelle de Planck, mais ajusté très finement de façon à ce que la différence avec le terme d'auto-interaction soit

inférieure de 17 ordres de grandeur. Cet ajustement très fin semble contraire au principe de naturalité. Cela suggère l'émergence de nouvelle physique en-deça de l'échelle de Planck.

Notons que cette divergence n'intervient qu'avec le Higgs, les corrections d'énergie d'auto-interaction des fermions n'étant que logarithmiques en le cut-off Λ et donc l'ajustement négligeable. C'est le cas pour l'électron par exemple :

FIGURE 21.32 – Energie d'auto-interaction de l'électron à boucle simple

21.55 Supersymétrie

La supersymétrie (p. 211) est une théorie en physique des particules qui complète le modèle standard en associant à chaque particule une autre particule appelée superpartenaire. Les superpartenaires ont la propriété d'être des fermions si leur partenaire est un boson et vice-et-versa. La supersymétrie (p. 211) repose sur une extension de l'algèbre de Poincarré au super-algèbre de Poincarré qui inclut une transformation étant grossièrement la "racine" de l'opération de translation. La supersymétrie (p. 211) pourrait résoudre le problème hiérarchique. Si c'est le cas, il est attendue qu'on puisse en détecter la trace via certaines des particules qu'elle prédit dans des accélérateurs comme le LHC. Il existe d'autres tests possibles de supersymétrie (p. 211) comme la mesure du moment dipolaire électrique de l'électron.

21.56 WIMP

Les WIMP (Weakly Interacting Massive Particles, particules massives interagissant faiblement) sont des particules postulées afin de donner une réponse au problème de la matière noire, et en sont même des candidats privilégiés.

En effet, leur masse ne doit pas être très éloignée de l'échelle électrofaible (au plus quelques centaines de TeV) et leur section-efficace d'interaction de l'ordre l'interaction faible : c'est le "miracle WIMP". A ce titre il existe un espoir de détecter leur présence dans des accélérateurs de particules par exemple. De telles particules sont prédites par différentes théories telles que la supersymétrie (p. 211) .

21.56.1 Caractéristiques des WIMP

Afin d'être des candidats à la matière noire les WIMP (p. 211) (qu'on notera χ) doivent vérifier certaines propriétés :

— Ce sont des particules très stables,de temps de vie $\tau \gg t_H$, sans quoi on ne saurait expliquer leur abondance relativement constante dans l'Univers puisque leur taux de production doit être faible.
— Elles ne portent pas de charge électrique car alors elles seraient visibles (au sens qu'elles interagissent électromagnétiquement)
— Leur section efficace d'annihilation par paire en particules du modèle standard ($\chi + \chi \rightarrow$ SM) doit être faible sans quoi elles ne seraient plus assez abondantes aujourd'hui.

21.56.2 Les WIMP comme relique thermale

Les WIMP (p. 211) n'interagissant que très faiblement, il est proposé que leur présence (dominante) dans l'Univers s'explique par un équilibre du type :

$$\chi + \chi \rightleftharpoons \text{ SM} \tag{21.186}$$

Il s'agit donc d'un équilibre entre annihilation des particules WIMP (p. 211) ("χ") en particules du modèle standard, ou leur formation par un processus inverse. Le taux d'annihilation par unité de temps Γ_{ann} est donné par :

$$\Gamma_{ann} \sim n_\chi \langle \sigma v \rangle \tag{21.187}$$

Où n_χ est la densité de particules WIMP (p. 211) , σ leur section efficace d'annihilation et v leur vitesse relative. Puisque $n_\chi \propto a^{-3}$, et que σv décroit également avec a, ce taux diminue avec l'expansion, et lorsqu'il devient inférieur à H, le phénomène d'annihilation devient négligeable et la quantité de WIMP (p. 211) est relativement constante. C'est le "freeze-out".

21.56.3 Mécanisme

Le mécanisme d'évolution de la densité de WIMP (p. 211) au cours de l'expansion peut-être résumé par les étapes suivantes, en définissant $x \equiv m_\chi c^2/(k_B T)$:

1. Tant que $k_B T \gg m_\chi c^2$, ou encore $x \ll 1$ c'est-à-dire tant que les WIMP (p. 211) s sont ultrarelativistes, ils se comportent comme du rayonnement et $n_\chi \sim n_\gamma \propto T^3 \propto x^{-3}$
2. Dès que $x \geq 1$, les WIMP (p. 211) s suivent une statistique de Boltzmann grâce à l'équilibre annihilation-création et donc $n_\chi^{eq}/n_\gamma \propto x^{3/2} e^{-x}$ (Fermi-Dirac non relativiste).
3. Avec l'expansion, les WIMP (p. 211) s sont dilués et il est de plus en plus rare que des paires se forment. Le nombre de WIMP (p. 211) devient constant et $n_\chi \propto x^3$.

Il est possible d'écrire l'équation cinétique qui gouverne l'évolution du nombre de particules WIMP (p. 211) s dans un volume comobile V noté N_χ lors de la phase 2. Il s'agit simplement d'écrire que le taux de variation de N_χ par unité de temps est égale au nombre de particules formées à chaque instant moins le nombre de particules s'annihilant. On suppose une symmétrie entre χ et son antiparticule $\bar{\chi}$, c'est-à-dire $N_\chi = N_{\bar{\chi}}$. Alors :

$$\frac{dN_x}{dt} = -\langle \sigma_{ann} v \rangle n_\chi^2 + \alpha n_{SM}^2 \tag{21.188}$$

Le terme αn_{SM}^2 décrit le taux de formation de χ à partir de particules du modèle standard, qui est inconnu et *a priori* modèle-dépendant. Afin de demeureur aussi modèle-indépendant que possible, on réécrit l'équation en fonction de n_x^{eq} plutôt que ce terme :

$$\frac{dN_x}{dt} = \langle \sigma_{ann} v \rangle \left(n_\chi^{eq2} - n_\chi^2 \right) V(t) \tag{21.189}$$

Par ailleurs, $n_\chi(t) = \dfrac{N_x}{V(t)}$, et $n_\chi^{eq}(t) = K n_\gamma(t) x(t)^{3/2} e^{-\chi}$L'équation peut alors être réécrite :

$$\frac{dn_\chi}{dt} + 3H(t) n_\chi(t) + \langle \sigma_{ann} v \rangle \left(n_\chi^2 - n_\chi^{eq2} \right) = 0 \tag{21.190}$$

Le second terme donne la diminution de la densité due à l'expansion, le troisième celui du à l'annihilation. Le Freeze-out intervient donc lorsque $\langle\sigma_{ann}v\rangle n_\chi \sim H(t)$.

L'équation d'évolution de la densité peut-être résolue en réalisant quelques hypothèses supplémentaires, notamment sur la dépendance de σ_{ann} en l'énergie E (ou la vitesse relative entre WIMP (p. 211) v). Si elle est supposée constante, on attend, pour des particules de masse proche de 100 GeV, que $\langle\sigma v\rangle \sim 10^{-26}\text{cm}^2.\text{s}^{-1}$. Or il se trouve que cette valeur est proche de ce qui est attendu pour des processus liés à l'interaction faible ! C'est le " WIMP (p. 211) miracle" : des particules à l'échelle électrofaible, et interagissant via l'interaction faible, pourraient expliquer entièrement le phénomène de la matière noire.

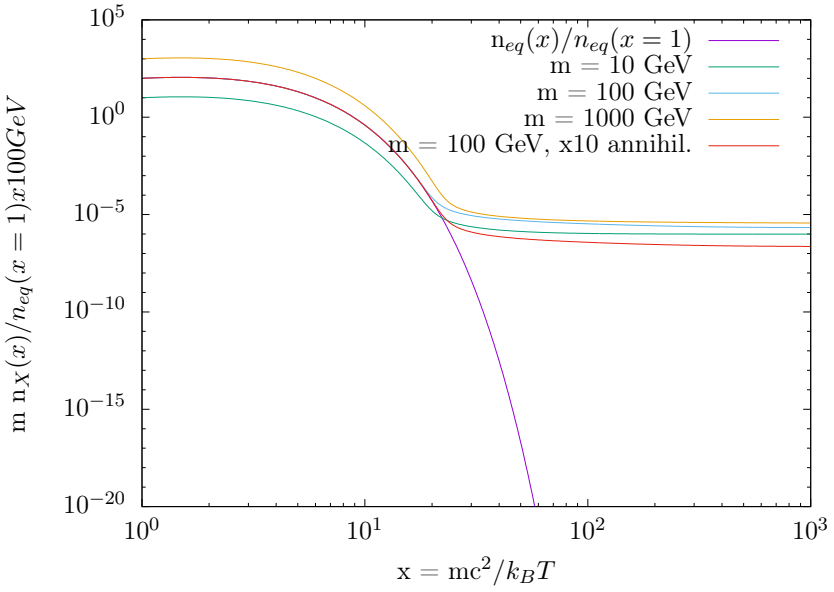


FIGURE 21.33 – **Densité massique normalisée d'un WIMP en fonction de mc^2/k_BT.** Densité massique de WIMP (p. 211) pour divers hypothèses de masse, avec $\langle\sigma v\rangle = 2 \times 10^{-26}\text{cm}^2.\text{s}^{-1}$. Cette densité est comparée à la densité d'équilibre. On observe très clairement une rupture de l'équilibre thermodynamique (freeze-out) pour $T \sim m/20$. La densité finale dépend peu de la masse, mais $\langle\sigma v\rangle \propto m^{-2}$ au-mieux [99], et donc pour des masses trop élevées, l'annihilation est trop lente et les WIMP (p. 211) trop abondants pour tenir compte des observations.

Pour approfondir, voir ces excellentes diapositives sur le sujet.

21.56.4 Contraintes obtenues grâce au fond diffus cosmologique

Des limites supérieures pour le taux d'annihilation $\langle \sigma v \rangle$ grâce aux mesures effectuées sur le CMB (p. 167) . En effet, l'annihilation de paires conduit à un dépôt d'énergie sous forme de rayonnement qui modifie son spectre. Par exemple, pour une annihilation $\chi\chi \rightarrow e^+e^-$, la paire électron/positron formée est susceptible de rayonner et des photons seront créés. L'énergie déposée est proportionnelle à $f_{eff}\langle \sigma v \rangle$, où f_{eff} détermine la fraction d'énergie finalement déposée dans le fond diffus. Ce phénomène permet d'établir des limites sur $\langle \sigma v \rangle$ en fonction de m_χ. Les meilleurs résultats ont ainsi été obtenus par Planck :

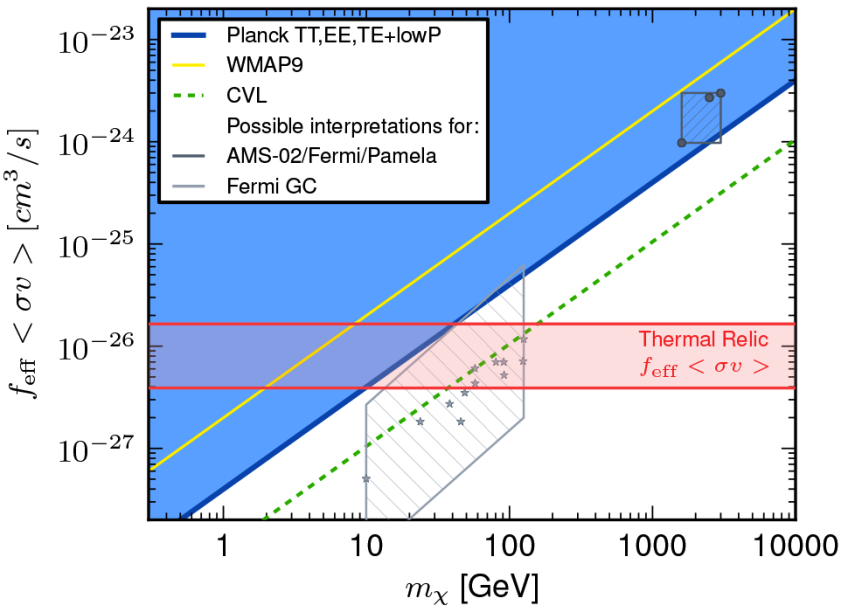


FIGURE 21.34 – **Limites sur la section d'annihilation de WIMP obtenus à partir des mesures de Planck**. Limites à CL = 95 WIMP (p. 211) en supposant qu'ils rendent compte de l'intégrité de la matière noire. La zone en bleu représente l'espace des paramètres exclu par Planck. La zone rouge représente l'espace des paramètres compatible avec des WIMP (p. 211) s comme relatique thermale en tant que responsable de l'intégrité de la matière noire. Les zones hachurées correspondent aux valeurs de $(\langle\sigma v\rangle, m)$ qui pourraient rendre compte dans une interprétation WIMP (p. 211) des anomalies du spectre de positrons observé par AMS, Fermi et Pamela, et de l'excès dans les rayons gamma observé par Fermi dans le centre galactique. La limite verte pointillée correspond à la limite maximale intrinsèque à la méthode due à la variance cosmique. Source : http://www.insu.cnrs.fr/node/5108.

On observe ainsi que ce type de mesure permet déjà de contraindre la masse des WIMP (p. 211) qui doit être supérieure à la dizaine de GeV. Par ailleurs l'interprétation de l'excès du spectre de positrons du rayonnement cosmique en terme de WIMP (p. 211) s semble exclue. Il existe une espace des paramètres non exclu pouvant rendre compte à la fois de l'intégrité de la matière noire, et de l'excès Fermi-GC mais cet excès peut avoir beaucoup d'autres explications plus plausibles.

21.56.5 Candidats

La supersymétrie (p. 211) prévoit plusieurs candidats pour les WIMP (p. 211) s, notamment le neutralino, qui pourrait être détecté au LHC.

21.57 Axions

Bien que leur existence n'ait pas été initialement suggérée en réponse au problème de la matière noire, mais en réalité pour résoudre le problème CP fort, les axions seraient un bon candidat pour la matière noire. Ils seraient a priori très peu massifs ($m <$ eV) mais feraient intervenir un champ scalaire de pression nulle, et donc seraient équivalent à de la matière froide, là où les neutrinos (p. 202) ultrarelativistes ne sont que de bons candidats pour la matière noire chaude. Leur prédiction repose sur le fait que selon le modèle standard, le neutron possède un moment dipolaire électrique $d_n \sim em_q\bar{\theta}/m_n^2$ non nul, proportionnel à un paramètre sans dimension noté $\bar{\theta}$. La mesure de d_n est obtenue en comparant la fréquence de précession de Larmor de neutrons plongés dans un des champs (E,B) parallèles ou de sens opposés. Les mesures indiquent $|\bar{\theta}| < 10^{-10}$. Cette valeur étant très faible, Roberto Peccei et Helen Quinn ont suggéré en 1977 qu'il puisse prendre son origine dans un champ scalaire (le champ d'axion) associé à une nouvelle symétrie $U(1)$. Le paramètre $\bar{\theta}$ serait proportionnel à la valeur moyenne de ce champ qui tendrait vers 0, et dont l'équation d'état serait celle d'un condensat de pression nulle, donc équivalent à de la matière noire froide. Le couplage des axions (p. 217) avec la matière entraîne des prédictions testables, notamment dans des processus stellaires.

21.57.1 Problème CP fort

Le problème CP fort prend son origine, après réécriture du modèle standard sous une forme appropriée, dans un terme effectif de la forme :

$$\mathcal{L} \supset \frac{\bar{\theta}\alpha_s}{8\pi} G_{a\mu\nu}\tilde{G}_a^{\mu\nu} \tag{21.191}$$

Où G est le tenseur de force du champ de gluons, et $G_a^{\mu\nu} = \epsilon^{\alpha\beta\mu\nu}G_{a\alpha\beta}$ est un pseudo-tenseur, et donc non-invariant par réflection, et donc viole la symétrie T. En conséquence, il viole aussi la symétrie CP.

$\bar{\theta}$ est la contribution de deux termes : θ, un paramètre libre quelconque, et $\theta_q \sim -\arg\det \mathbf{m_q}$ où $\mathbf{m_q}$ est la matrice des masses des quarks (p. 202) .

Une solution serait de considérer que ce paramètre doit être nul en postulant la symétrie CP, mais celle-ci étant violée par l'interaction faible, il n'y a pas de forte motivation pour cela, pas même suggérée par des raisons anthropiques. Par ailleurs le paramètre effectif $\bar{\theta}$ étant la somme de la contribution de deux effets sans lien a priori, imposer sa nullité revient à requérir que θ et θ_q soient très proches, de différence relative inférieur à 10^{-10}, un ajustement fin qui semble très non naturel.

21.57.2 Axions

Peccei et Quinn ont proposé un mécanisme résolvant le problème CP-fort. Il s'agit de requérir une nouvelle symétrie globale et axiale $U(1)_{PQ}$spontanément brisée, dite de Peccei-Quinn [46] [100]. Un champ scalaire associé ϕ_a est introduit, ainsi qu'un paramètre f_a, de sorte que la transformation $U(1)_{PQ}$ d'angle α le transforme en :

$$\phi_a \to \phi_a + \alpha f_a \tag{21.192}$$

Le Lagrangien se réécrit alors :

$$\mathcal{L} \supset \frac{1}{2}\partial_\mu \phi_a \partial^\mu \phi_a + \left[\bar{\theta} - \frac{\phi_a}{f_a}\right] \frac{\alpha_s}{8\pi} G_{a\mu\nu}\tilde{G}_a^{\mu\nu} + ... \tag{21.193}$$

Il apparait que le terme violant la symétrie CP s'annulle si $\bar{\theta} = \dfrac{\phi_a}{f_a}$. Or le second terme dans l'équation précédente correspond à un potentiel pour ϕ_a qui ramène sa valeur moyenne dans le vide (VEV) $\langle\phi_a\rangle$ à $f_a\bar{\theta}$, restaurant la symétrie CP. En définissant $\phi'_a = \phi_a - \langle\phi_a\rangle$ le Lagrangian contient les termes :

$$\mathcal{L} \supset \frac{1}{2}\partial_\mu \phi'_a \partial^\mu \phi'_a - m_a^2 \phi'_a \phi'_a + V(\phi'_a) \tag{21.194}$$

Comme montré par Weinberg et Wilczek, ce champ ϕ'_a est celui d'un nouveau boson pseudo-scalaire, l' axion (p. 217) .

21.57.3 Candidat pour la matière noire

Lorsque l'univers était très chaud, et que $T \sim f_a c^2/k_B$, alors le champ d' axion (p. 217) vérifiait approximativement $\phi'_a \sim f_a$. En refroidissant, une transition s'est produite ramenant ϕ'_a vers sa VEV, c'est-à-dire 0. Dès lors, l'équation cosmologique gouvernant ϕ'_a au cours du temps est :

$$\frac{d^2\phi'_a}{dt^2} + 3H\frac{d\phi'_a}{dt} + \frac{m_a^2c^2}{\hbar^2}\phi'_a = 0 \tag{21.195}$$

Il s'agit de l'équation d'un oscillateur amorti, donc le champ d' axion (p. 217) tend bien vers 0. Ce faisant, il oscille très rapidement : $m_a \sim \Lambda_{QCD}^2/f_a \sim 10^{-5}$ eV, donc $\omega_a = m_a c/\hbar \sim 10^{18} s^{-1} \gg H_0$ Par ailleurs la densité d'énergie moyenne de ce champ est $\langle\rho_a\rangle = \langle\frac{1}{2}(\frac{d\phi'_a}{dt})^2 + \frac{1}{2}\frac{m_a^2c^2}{\hbar^2}\phi'^2_a\rangle$, la somme des énergies cinétique et potentielle, donc les valeur moyennes sont égales pour un oscillateur. Cependant, la pression moyenne est donnée par $\langle\rho_a\rangle = \langle\frac{1}{2}(\frac{d\phi'_a}{dt})^2 - \frac{1}{2}\frac{m_a^2c^2}{\hbar^2}\phi'^2_a\rangle \simeq 0$ Donc le champ d' axion (p. 217) se refroidissant a l'équation d'état $P = 0$, comme la matière froide : l' axion (p. 217) est un candidat à la matière froide.

21.57.4 Recherche

Selon les modèles, l' axion (p. 217) se couple différemment avec le reste de la matière, et plusieurs tests expérimentaux existent :

- Production stellaire, testée par l'expérience CAST notamment
- Effets sur la polarisation : les axions (p. 217) se couplant avec les photons, ils induisent une modification des équations de Maxwell. L'expérience PVLAS recherche de tels effets.
- Le couplage lumière- axion (p. 217) laisse à penser que des photons peuvent être reçus derrière un obstacle obstruant une source de lumière si une conversion $\gamma \to$ Axion survient avant l'obstacle et une reconversion dans le sens Axion $\to \gamma$ à sa sortie. Cette recherche est menée par l'expérience ALPS

Bibliographie

[1] A. Einstein, "Zur elektrodynamik bewegter körper," *Annalen der Physik*, 1905. [Online]. Available : http://doi.wiley.com/10.1002/%28ISSN%291521-3889

[2] S., "Entwurf einer verallgemeinerten relativitätstheorie und einer theorie der gravitation," *Monatshefte für Mathematik und Physik*, 1915. [Online]. Available : http://link.springer.com/10.1007/BF01999515

[3] F. W. Dyson, A. S. Eddington, and C. Davidson, "A determination of the deflection of light by the sun's gravitational field, from observations made at the total eclipse of may 29, 1919," *Philosophical Transactions of the Royal Society A : Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 1920. [Online]. Available : http://rsta.royalsocietypublishing.org/cgi/doi/10.1098/rsta.1920.0009

[4] A. Einstein. [Online]. Available : http://doi.wiley.com/10.1002/3527608958

[5] E. Hubble, "A relation between distance and radial velocity among extra-galactic nebulae," *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 1929. [Online]. Available : http://www.pnas.org/cgi/doi/10.1073/pnas.15.3.168

[6] "On the relation between the expansion and the mean density of the universe," *Science*, 1932. [Online]. Available : http://www.sciencemag.org/cgi/doi/10.1126/science.75.1945.384

[7] G. LEMAÎTRE, "The beginning of the world from the point of view of quantum theory," *Nature*, 1931. [Online]. Available : http://www.nature.com/articles/127706b0

[8] F. Hoyle, "A new model for the expanding universe," *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 1948. [Online]. Avai-

lable : https://academic.oup.com/mnras/article-lookup/doi/10.1093/mnras/108.5.372

[9] G. Gamow, "Expanding universe and the origin of elements," *Physical Review*, 1946. [Online]. Available : https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRev.70.572.2

[10] R. A. Alpher and R. C. Herman, "Theory of the origin and relative abundance distribution of the elements," *Reviews of Modern Physics*, 1950. [Online]. Available : https://link.aps.org/doi/10.1103/RevModPhys.22.153

[11] R. A. Alpher, H. Bethe, and G. Gamow, "The origin of chemical elements," *Physical Review*, 1948. [Online]. Available : https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRev.73.803

[12] R. A. Alpher, J. W. Follin, and R. C. Herman, "Physical conditions in the initial stages of the expanding universe," *Physical Review*, 1953. [Online]. Available : https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRev.92.1347

[13] E. Margaret Burbidge, G. R. Burbidge, W. A. Fowler, and F. Hoyle, "Synthesis of the elements in stars," *Reviews of Modern Physics*, 1957. [Online]. Available : https://link.aps.org/doi/10.1103/RevModPhys.29.547

[14] B. Bertotti, *Modern Cosmology in Retrospect*, 1990. [Online]. Available : https://books.google.com/books/about/Modern_Cosmology_in_Retrospect.html?hl=&id=H8hCay1X1ZQC

[15] A. A. Penzias and R. W. Wilson, "A measurement of excess antenna temperature at 4080 mc/s." *The Astrophysical Journal*, 1965. [Online]. Available : http://adsabs.harvard.edu/doi/10.1086/148307

[16] R. H. Dicke, P. J. E. Peebles, P. G. Roll, and D. T. Wilkinson, "Cosmic black-body radiation." *The Astrophysical Journal*, 1965. [Online]. Available : http://adsabs.harvard.edu/doi/10.1086/148306

[17] P.G Roll and D. T Wilkinson, "Measurement of cosmic background radiation at 3.2-cm wavelength," *Annals of Physics*, 1967. [Online]. Available : http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/0003491667901790

[18] C. Patterson, G. Tilton, and M. Inghram, "Age of the earth," *Science*, 1955. [Online]. Available : http://www.sciencemag.org/cgi/doi/10.1126/science.121.3134.69

[19] W. Baade, "The period-luminosity relation of the cepheids," *Publications of the Astronomical Society of the Pacific*, 1956. [Online]. Available : http://iopscience.iop.org/article/10.1086/126870

[20] Allan Sandage, "Current problems in the extragalactic distance scale." *The Astrophysical Journal*, 1958. [Online]. Available : http://adsabs.harvard.edu/doi/10.1086/146483

[21] M. SCHMIDT, "3c 273 : A star-like object with large red-shift," *Nature*, 1963. [Online]. Available : http://www.nature.com/doifinder/10.1038/1971040a0

[22] F. HOYLE and R. J. TAYLER, "The mystery of the cosmic helium abundance," *Nature*, 1964. [Online]. Available : http://www.nature.com/doifinder/10.1038/2031108a0

[23] R. V. Wagoner, W. A. Fowler, and F. Hoyle, "On the synthesis of elements at very high temperatures," *The Astrophysical Journal*, 1967. [Online]. Available : http://adsabs.harvard.edu/doi/10.1086/149126

[24] R. V. Wagoner, "Big-bang nucleosynthesis revisited," *The Astrophysical Journal*, 1973. [Online]. Available : http://adsabs.harvard.edu/doi/10.1086/151873

[25] Bodo Baschek, W. L. W. Sargent, and Leonard Searle, "The chemical composition of the b-type subdwarf hd 4539," *The Astrophysical Journal*, 1972. [Online]. Available : http://adsabs.harvard.edu/doi/10.1086/151447

[26] V. C. Rubin, N. Thonnard, and J. W. K., "Rotational properties of 21 sc galaxies with a large range of luminosities and radii, from ngc 4605 /r = 4kpc/ to ugc 2885 /r = 122 kpc/," *The Astrophysical Journal*, 1980. [Online]. Available : http://adsabs.harvard.edu/doi/10.1086/158003

[27] Howard Georgi and S. L. Glashow, "Unity of all elementary-particle forces," *Physical Review Letters*, 1974. [Online]. Available : https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.32.438

[28] A.J. Buras, J. Ellis, M.K. Gaillard, and D.V. Nanopoulos, "Aspects of the grand unification of strong, weak and electromagnetic interactions," *Nuclear Physics B*, 1978. [Online]. Available : http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/0550321378902146

[29] A. H. Guth, "Inflationary universe : A possible solution to the horizon and flatness problems," *Physical Review D*, 1981. [Online]. Available : https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.23.347

[30] Andrei Linde, "Particle physics and inflationary cosmology," *Physics Today*, 1987. [Online]. Available : http://physicstoday.scitation.org/doi/10.1063/1.881088

[31] A. D. Dolgov and Y. B. Zeldovich, "Cosmology and elementary particles," *Reviews of Modern Physics*, 1981. [Online]. Available : https://link.aps.org/doi/10.1103/RevModPhys.53.1

[32] A. D Sakharov, "Violation of cp in variance, c asymmetry, and baryon asymmetry of the universe," *Soviet Physics Uspekhi*, 1991. [Online]. Available : http://stacks.iop.org/0038-5670/34/i=5/a=A08?key=crossref.eaf487d3e170a7b4114a0b99ed598c9a

[33] P. Peter and J.-P. Uzan, *Primordial Cosmology*, 2013. [Online]. Available : https://books.google.com/books/about/Primordial_Cosmology.html?hl=&id=WlgLgUfZaTwC

[34] A. Guth, *The Inflationary Universe*, 1998. [Online]. Available : https://books.google.com/books/about/The_Inflationary_Universe.html?hl=&id=mUN3swEACAAJ

[35] G. F. Smoot, C. L. Bennett, A. Kogut, and E. L. et al., "Structure in the cobe differential microwave radiometer first-year maps," *The Astrophysical Journal*, 1992. [Online]. Available : http://adsabs.harvard.edu/doi/10.1086/186504

[36] M. M. Phillips, "The absolute magnitudes of type ia supernovae," *The Astrophysical Journal*, 1993. [Online]. Available : http://adsabs.harvard.edu/doi/10.1086/186970

[37] A. G. Riess, A. V. Filippenko, Peter Challis, and A. et al., "Observational evidence from supernovae for an accelerating universe and a cosmological constant," *The Astronomical Journal*, 1998. [Online]. Available : http://stacks.iop.org/1538-3881/116/i=3/a=1009

[38] S. Perlmutter, G. Aldering, G. Goldhaber, and R. A. et al., "Measurements of and from 42 high-redshift supernovae," *The Astrophysical Journal*, 1999. [Online]. Available : http://www.journals.uchicago.edu/toc/apj/517/2

[39] Dragan Huterer and M. S. Turner, "Prospects for probing the dark energy via supernova distance measurements," *Physical Review D*, 1999. [Online]. Available : https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.60.081301

[40] C. L. Bennett, D. Larson, J. L. Weiland, and N. et al., "Nine-year wilkinson microwave anisotropy probe (wmap) observations : Final maps and results," *The Astrophysical Journal Supplement Series*, 2013. [Online]. Available : http://stacks.iop.org/0067-0049/208/i=2/a=20?key=crossref.13563c06d2d1ffa2662c275a95822511

[41] P. A. R. Ade, N. Aghanim, M. I. R. Alves, and C.-C. et al., "Planck 2013 results. i. overview of products and scientific results," *Astronomy Astrophysics*, 2014. [Online]. Available : http://www.aanda.org/10.1051/0004-6361/201321529

[42] P. A. R. Ade, N. Aghanim, M. Arnaud, and M. et al., "Planck 2015 results," *Astronomy Astrophysics*, 2016. [Online]. Available : http://www.aanda.org/10.1051/0004-6361/201525830

[43] Carlton Baugh. [Online]. Available : http://stacks.iop.org/0333750888

[44] D. J. Eisenstein, Idit Zehavi, D. W. Hogg, and R. et al., "Detection of the baryon acoustic peak in the large-scale correlation function of sdss luminous red galaxies," *The Astrophysical Journal*, 2005. [Online]. Available : http://www.journals.uchicago.edu/toc/apj/633/2

[45] C. Copi, D. Schramm, and M. Turner, "Big-bang nucleosynthesis and the baryon density of the universe," *Science*, 1995. [Online]. Available : http://www.sciencemag.org/cgi/doi/10.1126/science.7809624

[46] R. D. Peccei and H. R. Quinn, "Cp conservation in the presence of pseudoparticles," *Physical Review Letters*, 1977. [Online]. Available : https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.38.1440

[47] G. G. Raffelt. [Online]. Available : http://www.springerlink.com/index/10.1007/978-3-540-73518-2

[48] T. D. Brandt, "Constraints on macho dark matter from compact stellar systems in ultra-faint dwarf galaxies," *The Astrophysical Journal*, 2016. [Online]. Available : http://stacks.iop.org/2041-8205/824/i=2/a=L31?key=crossref.0ecb00fc3d6ab6487bc7207ae92a1f25

[49] C BOHMER, T HARKO, and F LOBO, "Dark matter as a geometric effect in f(r)f(r) gravity," *Astroparticle Physics*, 2008. [Online]. Available : http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0927650508000583

[50] J. A. R. Cembranos, "Dark matter from r 2 gravity," *Physical Review Letters*, 2009. [Online]. Available : https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.102.141301

[51] M. Milgrom, "A modification of the newtonian dynamics as a possible alternative to the hidden mass hypothesis," *The Astrophysical Journal*, 1983. [Online]. Available : http://adsabs.harvard.edu/doi/10.1086/161130

[52] Mordehai Milgrom, "Mond theory," *Canadian Journal of Physics*, 2015. [Online]. Available : http://www.nrcresearchpress.com/doi/10.1139/cjp-2014-0211

[53] J. D. Bekenstein, "Relativistic gravitation theory for the modified newtonian dynamics paradigm," *Physical Review D*, 2004. [Online]. Available : https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.70.083509

[54] J. T. Nielsen, A. Guffanti, and S. Sarkar, "Marginal evidence for cosmic acceleration from type ia supernovae," *Scientific Reports*, 2016. [Online]. Available : http://www.nature.com/articles/srep35596

[55] R. Bousso, "The cosmological constant problem, dark energy, and the landscape of string theory," 2012. [Online]. Available : http://arxiv.org/abs/1203.0307v2

[56] S. M. Carroll, Vikram Duvvuri, Mark Trodden, and M. S. Turner, "Is cosmic speed-up due to new gravitational physics ?" *Physical Review D*, 2004. [Online]. Available : https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.70.043528

[57] Matteo Cataneo, David Rapetti, Fabian Schmidt, and A. B. et al., "New constraints on f (r) gravity from clusters of galaxies," *Physical Review D*, 2015. [Online]. Available : https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.92.044009

[58] K. Henttunen, T. Multamäki, and I. Vilja, "Stellar configurations in f (r) theories of gravity," *Physical Review D*, 2008. [Online]. Available : https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.77.024040

[59] Steven Weinberg, "Anthropic bound on the cosmological constant," *Physical Review Letters*, 1987. [Online]. Available : https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.59.2607

[60] Shamit Kachru, Renata Kallosh, Andrei Linde, and S. P. Trivedi, "de sitter vacua in string theory," *Physical Review D*, 2003. [Online]. Available : https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.68.046005

[61] P. A. R. Ade, N. Aghanim, M. Arnaud, and M. et al., "Planck 2015 results," *Astronomy Astrophysics*, 2016. [Online]. Available : http://www.aanda.org/10.1051/0004-6361/201525814

[62] Zhiqi Huang, J. Richard Bond, and Lev Kofman, "Parameterizing and measuring dark energy trajectories from late inflatons," *The Astrophysical Journal*, 2011. [Online]. Available : http://stacks.iop.org/0004-637X/726/i=2/a=64?key=crossref.2b86626d6f3db746cca59f9bdb4a8f4b

[63] R. Laureijs, J. Amiaux, S. Arduini, and J. L. A. et al., "Euclid definition study report," 2011. [Online]. Available : http://arxiv.org/abs/1110.3193v1

[64] B. F. Schutz, "Low-frequency sources of gravitational waves : A tutorial," 1997. [Online]. Available : http://arxiv.org/abs/gr-qc/9710079v1

[65] R. A. Hulse and J. H. Taylor, "Discovery of a pulsar in a binary system," *The Astrophysical Journal*, 1975. [Online]. Available : http://adsabs.harvard.edu/doi/10.1086/181708

[66] R. V. Wagoner, "Test for the existence of gravitational radiation," *The Astrophysical Journal*, 1975. [Online]. Available : http://adsabs.harvard.edu/doi/10.1086/181745

[67] J. H. Taylor, L. A. Fowler, and P. M. McCulloch, "Measurements of general relativistic effects in the binary pulsar psr1913 + 16," *Nature*, 1979. [Online]. Available : http://www.nature.com/doifinder/10.1038/277437a0

[68] Thibault Damour, "1974 : the discovery of the first binary pulsar," *Classical and Quantum Gravity*, 2015. [Online]. Available : http://stacks.iop.org/0264-9381/32/i=12/a=124009?key=crossref.bd122119513296adf97b8c8865de9d4a

[69] J. Abadie, B.P. Abbott, R. Abbott, and M. et al., "Calibration of the ligo gravitational wave detectors in the fifth science run," *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A : Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment*, 2010. [Online]. Available : http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0168900210017031

[70] B.P. Abbott, R. Abbott, T.D. Abbott, and M. et al., "Observation of gravitational waves from a binary black hole merger," *Physical Review Letters*, 2016. [Online]. Available : https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.116.061102

[71] T. L. S. Collaboration, the Virgo Collaboration, B. P. Abbott, and R. A. et al., "Gw170814 : A three-detector observation of gravitational waves from a binary black hole coalescence," 2017. [Online]. Available : http://arxiv.org/abs/1709.09660v3

[72] B. P. Abbott, R. Abbott, T. D. Abbott, and F. et al., "Gravitational waves and gamma-rays from a binary neutron star merger : Gw170817 and grb 170817a," *The Astrophysical Journal*, 2017. [Online]. Available : http://stacks.iop.org/2041-8205/848/i=2/a=L13?key=crossref.2f7417f4a5ec8bedc2ad64fff58cd1ca

[73] ——, "Multi-messenger observations of a binary neutron star merger," *The Astrophysical Journal*, 2017. [Online]. Avai-

lable : http://stacks.iop.org/2041-8205/848/i=2/a=L12?key=crossref.b42820582a5b947f46ee88eebe1165ca

[74] ——, "A gravitational-wave standard siren measurement of the hubble constant," *Nature*, 2017. [Online]. Available : http://www.nature.com/doifinder/10.1038/nature24471

[75] Leor Barack and Curt Cutler, "Confusion noise from lisa capture sources," *Physical Review D*, 2004. [Online]. Available : https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.70.122002

[76] Xavier Siemens, Vuk Mandic, and Jolien Creighton, "Gravitational-wave stochastic background from cosmic strings," *Physical Review Letters*, 2007. [Online]. Available : https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.98.111101

[77] B. P. Abbott, R. Abbott, T. D. Abbott, and M. R. A. et al., "Exploring the sensitivity of next generation gravitational wave detectors," 2016. [Online]. Available : http://arxiv.org/abs/1607.08697v3

[78] C. Messenger, Kentaro Takami, Sarah Gossan, and L. et al., "Source redshifts from gravitational-wave observations of binary neutron star mergers," *Physical Review X*, 2014. [Online]. Available : https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevX.4.041004

[79] S. E. Rugh and H. Zinkernagel, "The quantum vacuum and the cosmological constant problem," 2000. [Online]. Available : http://arxiv.org/abs/hep-th/0012253v1

[80] A. Padilla, "Lectures on the cosmological constant problem," 2015. [Online]. Available : http://arxiv.org/abs/1502.05296v1

[81] W. L. Freedman, B. F. Madore, B. K. Gibson, and L. et al., "Final results from the hubble space telescope key project to measure the hubble constant," *The Astrophysical Journal*, 2001. [Online]. Available : http://www.journals.uchicago.edu/toc/apj/553/1

[82] Massimiliano Bonamente, M. K. Joy, S. J. LaRoque, and J. E. et al., "Determination of the cosmic distance scale from sunyaev-zel'dovich effect and chandra x-ray measurements of high-redshift galaxy clusters," *The Astrophysical Journal*, 2006. [Online]. Available : http://www.journals.uchicago.edu/toc/apj/647/1

[83] A. G. Riess, L. M. Macri, S. L. Hoffmann, and D. et al., "A 2.4determination of the local value of the hubble constant," *The Astrophysical Journal*, 2016. [Online]. Available : http://stacks.iop.org/0004-637X/826/i=1/a=56?key=crossref.1f0c3fac0e029241bcb0e4a5e94afcc0

[84] G. Fritz Benedict, B. E. McArthur, M. W. Feast, and T. G. et al., "Hubble space telescope fine guidance sensor parallaxes of galactic cepheid variable stars : Period-luminosity relations," *The Astronomical Journal*, 2007. [Online]. Available : http://stacks.iop.org/1538-3881/133/i=4/a=1810

[85] L. N. Berdnikov, A. K. Dambis, and O. V. Vozyakova, *Astrophysics and Space Science*, 1997. [Online]. Available : http://link.springer.com/10.1023/A:1000850314001

[86] J. A. Newman, S. E. Zepf, Marc Davis, and W. L. et al., "A cepheid distance to ngc 4603 in centaurus," *The Astrophysical Journal*, 1999. [Online]. Available : http://www.journals.uchicago.edu/toc/apj/523/2

[87] A. G. Riess, Weidong Li, P. B. Stetson, and A. V. et al., "Cepheid calibrations from the hubble space telescope of the luminosity of two recent type ia supernovae and a redetermination of the hubble constant," *The Astrophysical Journal*, 2005. [Online]. Available : http://www.journals.uchicago.edu/toc/apj/627/2

[88] M. Tegmark, "Doppler peaks and all that : Cmb anisotropies and what they can tell us," 1995. [Online]. Available : http://arxiv.org/abs/astro-ph/9511148v1

[89] Anthony Challinor and Antony Lewis, "Lensed cmb power spectra from all-sky correlation functions," *Physical Review D*, 2005. [Online]. Available : https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.71.103010

[90] Satoru Inoue, Grigory Ovanesyan, and M. J. Ramsey-Musolf, "Two-step electroweak baryogenesis," *Physical Review D*, 2016. [Online]. Available : https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.93.015013

[91] Stan Woosley and Thomas Janka, "The physics of core-collapse supernovae," *Nature Physics*, 2005. [Online]. Available : http://www.nature.com/articles/nphys172

[92] H. A. Bethe and J. R. Wilson, "Revival of a stalled supernova shock by neutrino heating," *The Astrophysical Journal*, 1985. [Online]. Available : http://adsabs.harvard.edu/doi/10.1086/163343

[93] C.D. Ott, E.P. OConnor, S. Gossan, and E. et al., "Core-collapse supernovae, neutrinos, and gravitational waves," *Nuclear Physics B - Proceedings Supplements*, 2013. [Online]. Available : http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0920563213001576

[94] C. L. Fryer and K. C. B. New, "Gravitational waves from gravitational collapse," *Living Reviews in Relativity*, 2003. [Online]. Available : http://link.springer.com/10.12942/lrr-2003-2

[95] F. Hoyle and W. A. Fowler, "Nucleosynthesis in supernovae." *The Astrophysical Journal*, 1960. [Online]. Available : http://adsabs.harvard.edu/doi/10.1086/146963

[96] G. Goldhaber, D. E. Groom, A. Kim, and G. et al., "Timescale stretch parameterization of type ia supernova b -band light curves," *The Astrophysical Journal*, 2001. [Online]. Available : http://www.journals.uchicago.edu/toc/apj/558/1

[97] M. P. Haugan and C. Lämmerzahl. [Online]. Available : http://www.springerlink.com/index/10.1007/3-540-40988-2

[98] Martin Kilbinger, "Cosmology with cosmic shear observations : a review," *Reports on Progress in Physics*, 2015. [Online]. Available : http://stacks.iop.org/0034-4885/78/i=8/a=086901?key=crossref.37c7b254d53c5cd747aadab82107778d

[99] Kim Griest and Marc Kamionkowski, "Unitarity limits on the mass and radius of dark-matter particles," *Physical Review Letters*, 1990. [Online]. Available : https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.64.615

[100] R. D. Peccei. [Online]. Available : http://www.springerlink.com/index/10.1007/978-3-540-73518-2